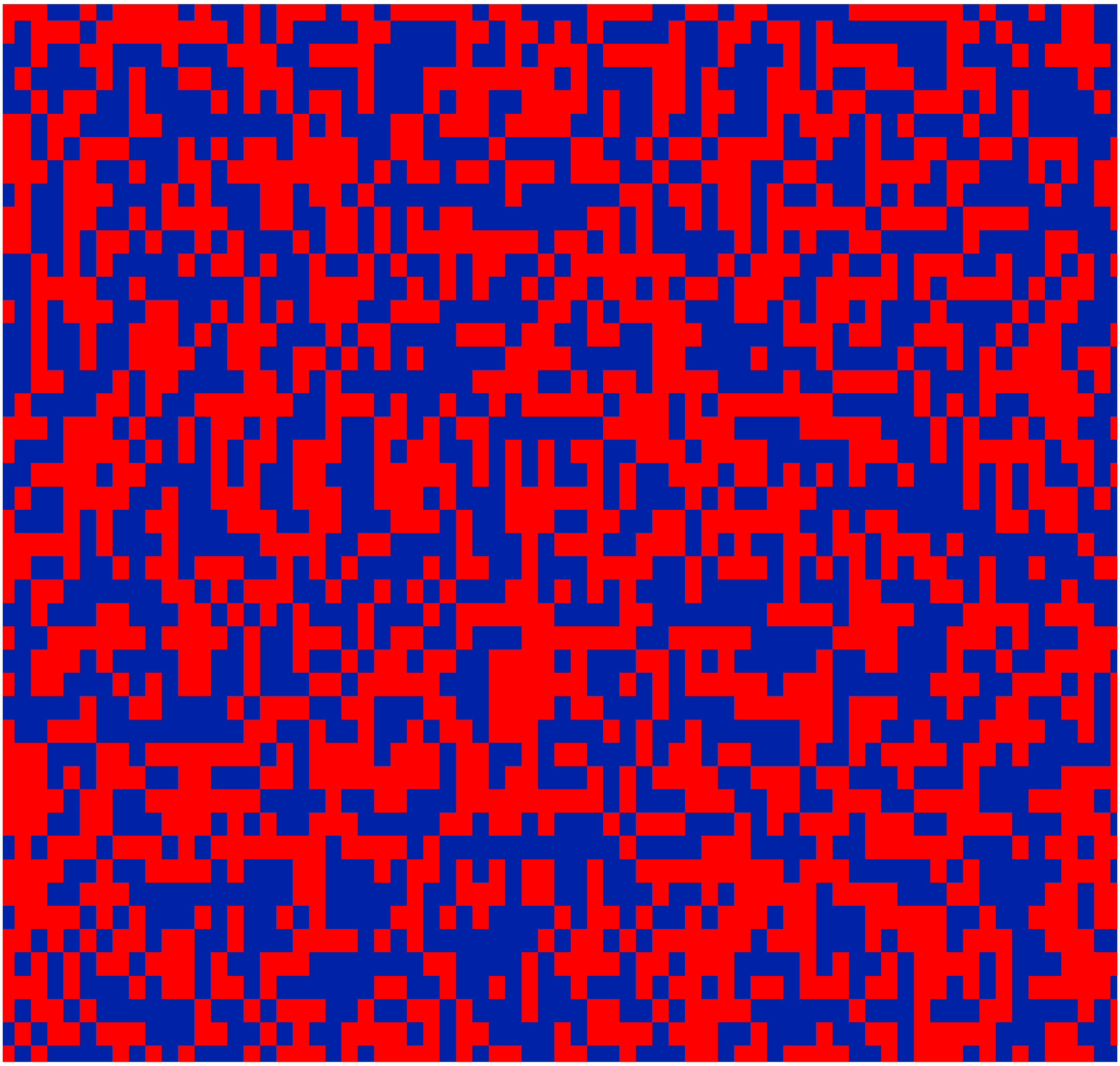
SOCIETE FRANÇAISE DE STATISTIQUE

APMEP
Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

STATISTIQUE ET INTERDISCIPLINARITÉ : un élan pour développer des compétences



Journées APMEP de Lyon 22 octobre 2016

STATISTIQUE ET INTERDISCIPLINARITÉ : un élan pour développer des compétences

Atelier SFdS - APMEP S1-18 – Lyon 22 octobre 2016

Fabienne GLEBA
Professeure au collège De Lattre – 94 Le Perreux-sur-Marne
Philippe DUTARTE
Groupe enseignement de la statistique – Société Française de Statistique
IA-IPR académie de Créteil

Les **fichiers** correspondant à cet atelier seront accessibles à l'adresse :
http://www.sfds.asso.fr/367-Ressources_pour_le_secondaire

Sommaire

1. Enquêtes statistiques

Sur une problématique définie, les élèves construisent une enquête statistique, élaborent un questionnaire, recueillent puis traitent les données.
La phase d'**élaboration du questionnaire** est tout à fait essentielle : que cherche-t-on à savoir et comment les questions posées et leurs réponses nous permettront-elles d'atteindre notre objectif ?
Par ailleurs, il est intéressant, sur le sujet choisi, de disposer de **données externes**, de façon à traiter de la **fluctuation d'échantillonnage** (notion de fourchette de sondage ou de représentativité d'un échantillon).

Enquête sur le bien-être des élèves au collège

Projet initié au collège DE LATTRE du PERREUX-SUR-MARNE par Fabienne GLEBA durant l'année scolaire 2016/2017.

En amont

Le projet a été présenté à la rentrée 2016 à la Principale, qui donne son aval. Elle est très intéressée par ce travail et par les résultats, la CPE aussi.
Deux classes de cinquième vont travailler sur ce projet. La « population » sera l'ensemble des élèves de cinquième et les élèves d'UPE2A dans un premier temps puis l'ensemble des élèves.

Elaboration du questionnaire

Le projet est présenté aux élèves sous le thème : « Bien être au collège ». Je leur explique l'enquête qu'ils vont mener auprès de leurs camarades.
Leur premier travail est l'élaboration du questionnaire. Par groupe de quatre, je leur demande d'établir une liste de questions à poser à leurs camarades sur ce thème. Des élèves s'interrogent sur la forme possible des questions : la réponse peut-elle être juste oui ou non, peut-on poser des questions ouvertes, peut-on parler de tel ou tel sujet (cantine, vestiaires etc.) ? Un débat s'engage autour de quelques formulations et de la forme des questions. Dans l'ensemble, chaque groupe a produit cinq questions.
La CPE et l'équipe de la vie scolaire proposent aussi des questions. Comme la CPE travaille sur un projet autour du respect, elle demande si on peut ajouter une question sur ce point.
Je fais la synthèse des questions avec la documentaliste. Pour la mise en forme, nous nous inspirons du questionnaire d'une enquête nationale, « Le climat scolaire perçu par les collégiens », réalisée par le ministère en 2011 et en 2013 (page 5 du document cité ci-dessous).
http://cache.media.education.gouv.fr/file/revue_88-89/61/3/depp-2015-EF-88-89-climat-scolaire-percu-collegiens_510613.pdf

L'enquête nationale de victimation en milieu scolaire utilise une série de 12 questions en 2011 et 26 en 2013 pour évaluer le climat scolaire dans les collèges publics et privés sous contrat, chacune comprenant 4 réponses possibles, allant d'une forte satisfaction à une faible satisfaction.
1 = pas bien du tout ; 2 = pas très bien ; 3 = plutôt bien ; 4 = tout à fait bien
1 = pas du tout ; 2 = pas beaucoup ; 3 = plutôt beaucoup ; 4 = beaucoup
1 = pas bonnes du tout ; 2 = pas très bonnes ; 3 = bonnes ; 4 = très bonnes
1 = pas du tout en sécurité ; 2 = pas très en sécurité ; 3 = plutôt en sécurité ; 4 = tout à fait en sécurité.

En 2011, 12 items ont été introduits dans l'analyse :
1. Es-tu bien dans ton collège ?
2. Comment trouves-tu l'ambiance entre les élèves ?
3. As-tu des copains et des copines dans ton collège ?
4. Les relations avec les professeurs sont :
5. Es-tu bien dans ta classe ?
6. Y a-t-il de l'agressivité dans les relations entre élèves et professeurs ?
7. Les relations avec les autres adultes sont en général :
8. D'après toi, dans ton collège on apprend :
9. Les punitions données dans ton collège sont :
10. Depuis le début de l'année scolaire, est-il arrivé que tu ne viennes pas au collège car tu avais peur de la violence ?
11. Te sens-tu en sécurité à l'intérieur de ton collège ?
12. Te sens-tu en sécurité dans le quartier autour de ton collège ?

En 2013, un certain nombre de questions ont été ajoutées :
4.1. Les professeurs interviennent-ils quand ils se rendent compte qu'un élève ne respecte pas les règles ?
5.1. Trouves-tu que les bâtiments du collège sont :
6.1. Dirais-tu que dans ton collège, la violence est présente ?
8.1. Te sens-tu assez informé(e) concernant ton orientation scolaire ?
9.1. Depuis le début de l'année, combien de fois t'es-tu fait punir ?
9.2. Trouves-tu que les notes sont :
10.1. De manière générale, t'es-tu déjà absenté(e) sans que tu y sois autorisé(e) ?
12.1. Te sens-tu en sécurité dans les transports scolaires ?
12.2 De manière générale, te sens-tu en sécurité dans les lieux suivants :
- les toilettes ;
- la cantine ;
- les couloirs ;
- les escaliers ;
- la cour de récréation ;
- les vestiaires.
Le score est calculé avec les données de 2013, mais uniquement avec les 12 variables de 2011, pour effectuer des comparaisons dans le temps.

Utilisation d'un Google forms

Mes deux classes répondront au questionnaire donné sous la forme d'un google forms (ils ont en effet déjà eu l'occasion de travailler sur de tels questionnaires dans le cadre d'un projet « QR code »).

Tutoriel formulaire Google :
www.langues.ac-versailles.fr/IMG/pdf/**tutoriel_formulaire_google**.pdf

<u>Adresse du questionnaire</u> :
https://docs.google.com/forms/d/1uktlmWxiz2g9ExscTAPZkAWlfN3_RrNG5x9SLj4QvqI/edit

Es-tu...

- ◯ Une fille
- ◯ Un garçon

Es-tu bien dans ton collège ?

- ◯ Pas du tout bien
- ◯ Pas très bien
- ◯ Plutôt bien
- ◯ Très bien

Qu’aimerais-tu avoir à disposition au foyer du collège ? (plusieurs réponses possibles) *

- ☐ Cartes
- ☐ Jeux
- ☐ Autre...

Pour toi, en quelques mots, le respect c’est..... *

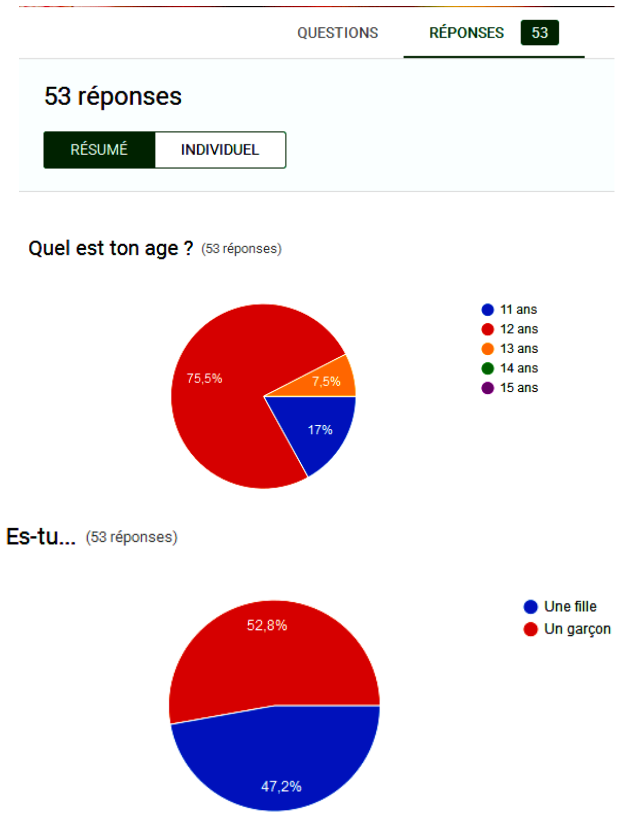
Réponse courte

Pour les trois autres classes, trois élèves iront présenter l’enquête auprès de leurs camarades, leur intervention sera préparée à la maison et discutée collégialement en classe. Ils seront accompagnés d’un assistant d’éducation. Le questionnaire sera plus classiquement donné sous forme papier.

Après … exploitation du questionnaire Google Forms

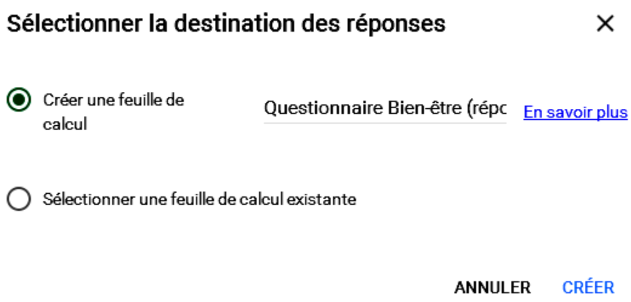
Utilisation d’un outil de création d’enquête externe, forms, afin de faciliter le traitement des données.
Les données sont traitées de manière anonyme.

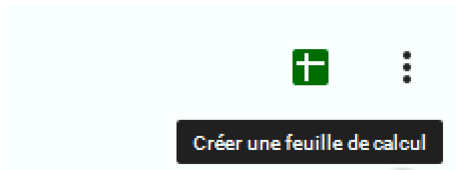
On peut obtenir les réponses de deux façons.
– **Résumé des réponses :**



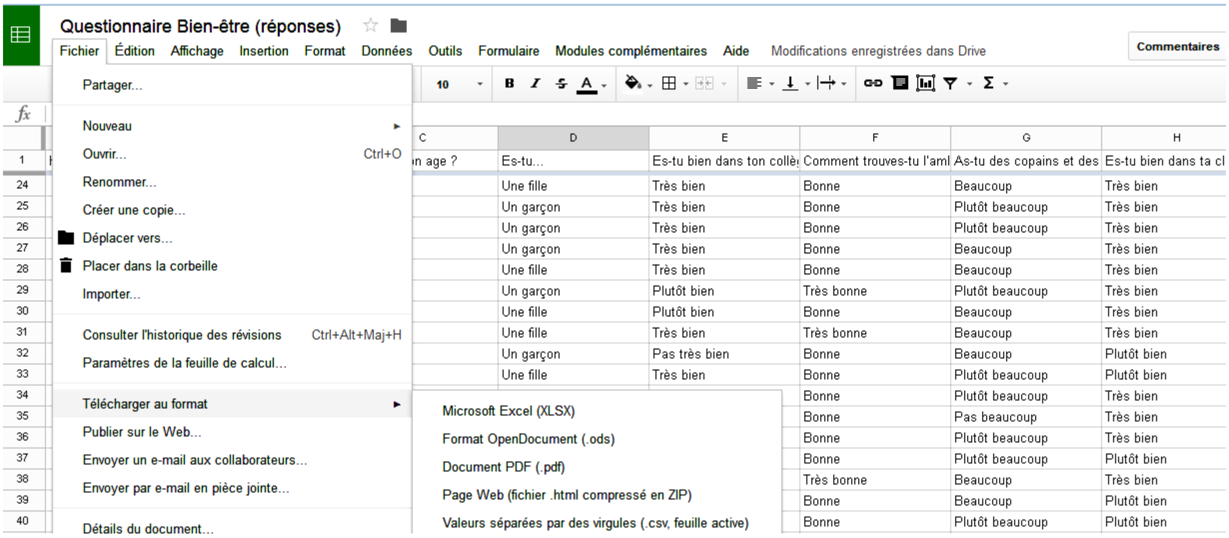
– **Réponses individuelles** (on a toutes les fiches remplies par les élèves) :

On a la possibilité de créer une feuille de calcul.





Exemple de feuille de calcul créée :



On a la possibilité d'enregistrer au format Excel, Open document ou PDF.

Utilisation du fichier tableur en classe

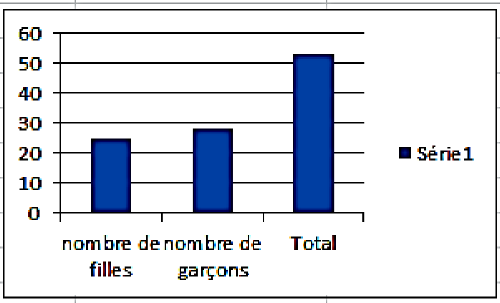
En vidéo projection :

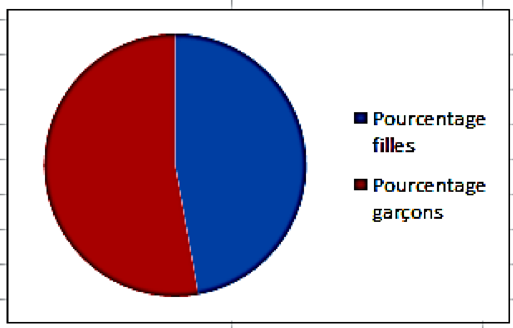
– pour retrouver des informations (pourcentages, graphiques) du questionnaire forms ;

– pour faire des rappels sur l'élaboration de formules (=, nb.si), l'insertion de graphiques.

Par exemple :

nombre de filles	25	Pourcentage filles	47,2
nombre de garçons	28	Pourcentage garçons	52,8
Total	53		





Ensuite… en travaux de groupes : à eux de dépouiller les questionnaires papier de leurs camarades (environ 14 questionnaires par groupe). Utilisation de l'Ordival (chaque élève possède un ordinateur portable prêté par le Conseil départemental du Val-de-Marne).
Les élèves seront répartis en deux groupes, l'un d'eux travaillant au CDI avec la documentaliste, l'autre en salle de classe avec moi. Les élèves répartis en îlot de 4 disposent d'un ou deux ordinateurs. Je leur donnerai une feuille de calcul de tableur pré-remplie. Ils devront s'organiser pour la compléter.

Les résultats de l'enquête seront affichés sur les panneaux dans le hall du collège.

Comparaison aux résultats nationaux et fluctuation d'échantillonnage

On peut penser que certains résultats de l'enquête menée sur le collège seront un peu, ou très, différents des résultats nationaux. Par exemple sur l'un des deux items suivants :

– les punitions données dans le collège sont très ou plutôt justes (67,5 % en France en 2013) ;

– les bâtiments du collège sont agréables ou plutôt agréables (76,8 % en France en 2013).

Se posera alors la question de savoir si la différence observée est, ou non, significative. Cette différence ne serait pas jugée « significative » si elle peut être expliquée par le hasard : si l'on interroge au hasard 300 élèves en France où 67,5 % des élèves trouvent les punitions très ou plutôt justes, entre quelles limites fluctue la fréquence observée de réponses analogues ? Une simulation sur tableur peut permettre d'envisager une réponse (voir le projet suivant mené à Montreuil).

Notes

Une exploitation de cette enquête est envisageable dans le cadre de l'éducation à la citoyenneté.

Le nombre de séances nécessaires reste à déterminer. Certaines ne nécessitent pas une heure complète. Le projet sera mené sur une partie de l'année.

L'anonymat des répondants devra être respecté.

Compétences et domaines

– Notions d' « effectifs », de « classes », de « fréquences ».

– Représentations graphiques.

– Pourcentages.

– Élaboration de formules sur le tableur, graphiques.

Projet « Il est probable » : enquête sur les loisirs des élèves de troisième

Ce projet a été mené durant l'année scolaire 2015/2016 par Amandine CORMIER, professeure de mathématiques au collège Paul Éluard de Montreuil, avec le soutien de l'association F93 (responsable du projet Anna MEZEY).

L'objectif était d'offrir aux élèves des applications concrètes des notions statistiques et probabilistes, pour les initier à la question d'incertitude, souvent mal comprise du grand public, et pour établir des ponts entre mathématiques et enquête d'opinion. Pour cela, les élèves ont réalisé une enquête statistique sur l'ensemble des élèves de troisième de l'établissement.

Le projet s'est déroulé en trois temps :

– huit séances de 2h en classe animées par deux intervenant-es, Sarah KAAKAI, mathématicienne (toutes les séances) et Pierre BOISSARD, sociologue (séances 2 et 3) ;

– une sortie au Palais de la Découverte à Paris où les élèves ont assisté à un exposé « Du hasard au Mathématiques » ;

– un temps de restitution (l'association F93 a installé pour les portes ouvertes du collège un panneau lumineux sur lequel défilaient les résultats de l'enquête statistique).

Séance 1

– Présentation du projet aux élèves.
– Introduction à la statistique :
Statistiques dans la vie quotidienne, esprit critique.
Qu’est-ce qu’un sondage ? A quoi ça sert ? Comment réalise-t-on un sondage ?
Pourquoi a-t-on besoin de la statistique lorsqu’on réalise un sondage ?
Notion de représentativité.
Notion de moyenne.

Séances 2 et 3

Elaboration du questionnaire.
– Choix du thème, quelles hypothèses veut-on confirmer ou informer ?
– Elaboration des questions du sondage :
    – quelles sont les variables que l’on veut mesurer (variables quantitatives / variables qualitatives) ?
    – questions ouvertes / questions fermées ;
    – notion de variable sociodémographiques : quels sous groupes veut-on isoler ?
– Rédaction des questions en groupes.

Séances 4 et 5

Encodage des questionnaires par binômes à partir d’une grille d’encodage fournie pour permettre aux élèves de se rendre compte des difficultés de traitement des données (réponses pas claires, questionnaire non rempli, nombre de réponses à traitées…).
Utilisation du tableur Libre Office en salle informatique.

Séances 6 et 7

Statistique descriptive.
– Quelles sont les variables à mesurer ? Comment le faire mathématiquement ? Sous quelles formes (tableau, histogramme, diagramme circulaire…) ?
– Calculs de pourcentages.
– Travail sur les variables croisées (temps sur les jeux vidéos et genre).
Les élèves ont du chercher des informations dans les statistiques pour vérifier s’il était possible de répondre à toutes les questions posées lors de l’élaboration du questionnaire. Si non, il a fallu expliquer pourquoi les informations n’étaient pas significatives.

Séance 8

– Travail sur la moyenne, la moyenne pondérée et la médiane : calculs et interprétations.
– La notion de distribution a été abordée : homogène, hétérogène, uniforme, Gaussienne… pour donner des informations supplémentaires par rapport à la moyenne et la médiane.
– Bilan du projet par les élèves via un questionnaire écrit qu’ils ont collé dans leur cahier :
Résumé du déroulement du projet ; difficultés rencontrées.
Statistique : Qu’est-ce que c’est ? À quoi ça sert.
Sondage : À quoi ça sert ? Comment on fait ?

Lien avec le socle commun et les programmes

La réalisation de ce projet a contribué à l’acquisition de deux domaines du socle commun :
– Maîtrise des techniques usuelles de l’information et de la communication ;
Utilisation d’un tableur (Libre Office).
– Principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique.
En termes de connaissances, les élèves se sont approprié-es des concepts mathématiques, en particulier sur l’organisation et la gestion de données : pourcentages, représentations

usuelles (tableaux graphiques, diagrammes), notions fondamentales de statistique descriptive et des notions de probabilités.
En termes de capacités, les élèves ont appris à communiquer à l'écrit et à l'oral en utilisant un langage mathématique adapté ; à utiliser et construire des tableaux, des graphiques, des diagrammes ; à utiliser des outils comme des logiciels et la calculatrice ; à contrôler la vraisemblance d'un résultat.

Comment élaborer un questionnaire ?

Voici quelques conseils, formulés aux élèves par le sociologue Pierre BOISSARD lors de la séance 2.

On doit d'abord être certain de ce qu'on veut savoir et avoir élaboré ses principales hypothèses. Par exemple, on cherche à savoir quels sont les loisirs des jeunes. On fait l'hypothèse que les filles et les garçons n'ont pas les mêmes loisirs, que *les garçons jouent à des jeux vidéo* mais pas les filles, mais que *les filles lisent plus* de livres que les garçons et que ceux qui jouent beaucoup aux jeux vidéo ne font pas de sport.
Tout questionnaire commence par des questions qu'on appelle sociodémographiques : sexe, âge, type de famille, niveau d'instruction, niveau de revenu, etc… Là encore on ne pose que les questions qu'on suppose avoir un rapport avec le sujet de l'enquête.
Pour chaque question, on se demande si elle sera utile par rapport à ce que l'on veut savoir et à ses hypothèses. Par exemple, dans une enquête sur les loisirs, je ne vais pas demander aux personnes que j'interroge ce qu'elles prennent au petit-déjeuner.
Chaque question doit très claire, sans ambiguïté, compréhensible et facile à répondre.
Dans une enquête *quantitative*, c'est-à-dire avec un grand nombre de personnes interrogées, il est préférable de poser des questions fermées ou dont la réponse est un nombre car elles sont plus faciles à coder et à traiter par des calculs mathématiques que des questions ouvertes.
Une enquête *qualitative* est en général enregistrée, elle se fait avec une guide d'entretien, pas un questionnaire précis, elle se fait auprès d'un nombre limité de personnes et n'impose pas un nombre limité de réponses mais elle ne peut pas être traitée statistiquement.
Exemple de question ouverte : dites-moi ce que vous pensez du football et pour quelles raisons vous aimez ou pas ce sport.
Exemple de question fermée : parmi les sports suivants, quel est ou quels sont ceux que vous pratiquez ?
Une question fermée a pour réponse possible :
– soit Oui, Non, Ne sait pas ;
– soit une ou plusieurs réponses proposées : football, course, à pied, tennis, rugby, autre, aucun ;
– soit un nombre, par exemple en réponse à ma question : combien y-a-t-il d'ordinateurs chez vous ?;
– soit une note (notez entre 0 et 10 votre intérêt pour le football).
Avant de faire passer un questionnaire, on doit se présenter, expliquer quelle enquête on fait et pourquoi et demander à la personne si elle est d'accord pour répondre.

Le questionnaire élaboré

Dans quelle troisième es-tu ?

A ☐
B ☐
C ☐
D ☐
E ☐
F ☐

Es-tu ?

Un garçon ☐
Une fille ☐

Quel âge as-tu ?

13 ans ou moins ☐
14 ans ☐
15 ans ou plus ☐

Avec qui vis-tu ?

Mes deux parents ☐
Ma mère ☐
Mon père ☐
En garde alternée ☐
Autre ☐

Combien de frères et/ou sœurs as-tu ?

0 ☐
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ou plus ☐

Pendant ton temps libre quelles sont tes activités de loisir ? (plusieurs réponses possibles)

	Tous les jours	2 ou 3 fois par semaine	Une fois par semaine	Jamais ou presque
Je regarde la télé	☐	☐	☐	☐
Je vais sur les réseaux sociaux	☐	☐	☐	☐
Je lis	☐	☐	☐	☐
Jeux vidéo	☐	☐	☐	☐
J'écoute de la musique	☐	☐	☐	☐
Je fais du sport	☐	☐	☐	☐
Je joue de la musique	☐	☐	☐	☐
Autre quoi ?	☐ ….	☐ ….	☐ ….	☐ ….

Si tu pratique des sports, lesquels sont-il ?

………

Quel est ton loisir préféré le week-end ?

………

Chez toi comment écoutes-tu la musique ? (plusieurs réponses possibles)

À la radio ☐
Sur internet ☐
Sur CD ☐
Sur mon téléphone ☐

Donne une note entre 1 et 10 aux genres musicaux suivants (1 = je n'aime du tout, 10= j'aime énormément)

Classique	
Jazz	
RnB, Hip-Hop	
Variété	

Électro	
Rap	
Rock	

Si tu joues à des jeux vidéos :

Combien de temps d'affilée joues-tu ?

Une demi-heure ou moins ☐
Entre une demi-heure et une heure ☐
Entre une heure et trois heures ☐
Trois heures et plus ☐

Sur quel support joues-tu ? (plusieurs réponses possibles)

- Ordinateur ☐
- Tablette ☐
- Console de salon ☐
- Console portable ☐
- Téléphone portable ☐

À quel type de jeu joues-tu ?

- Jeu de voiture ☐
- Jeu de foot, sport ☐
- Jeu de combat ☐
- Jeu de rôle ☐
- Jeu d'action, aventure ☐
- Autre ☐

Si tu regardes la télévision :

As-tu une télévision dans ta chambre ?

Oui ☐ Non ☐

Sur quel support la regardes-tu ? (plusieurs réponses possibles)

- Téléviseur ☐
- Ordinateur ☐
- Tablette ☐
- Téléphone portable ☐

Quel genre d'émission regardes-tu ?

- Télé réalité ☐
- Dessin animé ☐
- Reportages ☐
- Émission musicale ☐
- Magazine de divertissement ☐
- Informations ☐
- Autre ☐

Comparaison aux données nationales d'utilisation des réseaux sociaux

Un prolongement possible au projet serait de faire prendre conscience aux élèves de la notion de fluctuation d'échantillonnage et d'incertitude liée au nombre de personnes interrogées (la taille du sondage).

On peut, ici, s'intéresser à la fréquence d'usage des réseaux sociaux. Les résultats obtenus sur le collège sont les suivants.

Réseaux sociaux	effectif	pourcentage
Tous les jours	86	**80,4%**
2 à 3 fois par semaine	4	3,7%
1 fois par semaine	5	4,7%
Jamais	12	11,2%
Total	**107**	100,0%

Les 80,4 % d'élèves de troisième déclarant utiliser tous les jours les réseaux sociaux font partie des résultats « remarquables » de l'enquête. Nous avons recherché sur Internet des données nationales et avons trouvé les résultats d'une enquête de Médiamétrie menée fin 2015 et affirmant que « 75 % des 15-24 ans utilisent les réseaux sociaux chaque jour ou presque ». Il s'agit en fait de 75 % des 15-24 ans interrogés et si l'on tient compte des non réponses, on trouve 77,5 %.

Frequency with Which Internet Users in France Access Social Networks, by Demographic, Q4 2015
% of respondents in each group

1 Every day or almost every day
2 1-2 times per week
3 1-3 times per month
4 At least once per month
5 Less often
6 No response

	1	2	3	4	5	6
Gender						
Female	60.7%	18.3%	9.3%	88.3%	10.8%	0.9%*
Male	53.5%	21.1%	9.6%	84.2%	13.1%	2.7%*
Age						
15-24	75.4%	13.1%	3.5%*	92.0%	5.3%*	2.8%*
25-34	66.7%	15.0%	7.0%*	88.7%	9.3%*	- **
35-49	52.2%	22.0%	11.8%	85.9%	12.7%	1.4%*
50+	46.0%	24.0%	12.2%	82.2%	16.3%	1.5%*
Total	**57.1%**	**19.7%**	**9.5%**	**86.3%**	**11.9%**	**1.8%**

*Note: numbers may not add up to 100% due to rounding; *small sample size of 15-60 responses; **statistically non-significant sample of fewer than 15 responses*
Source: Médiamétrie, "Web Observatoire: Réseaux Sociaux T4 2015," Feb 19, 2016

205870 www.eMarketer.com

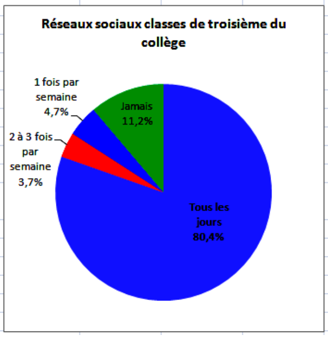
Réseaux sociaux	15-24 ans	15-24 ans répondants
Tous les jours ou presque	75,4%	77,5%
1-2 fois par semaine	13,1%	13,5%
1-3 fois par mois	3,5%	3,6%
Moins d'une fois par mois	5,3%	5,4%
Pas de réponse	2,8%	
Total	100,1%	100,0%

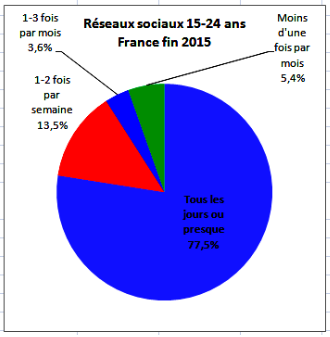
Même si les catégories ne sont pas tout à fait les mêmes et la population du collège globalement plus jeune que celle interrogée par Médiamétrie (75,7 % des élèves de troisième du collège ont 14 ans au moment de l'enquête et 22,5 % ont 15 ans et plus), on peut comparer les résultats. On observe une part significativement plus importante d'élèves de troisième n'allant jamais sur les réseaux sociaux comparativement aux 15-24 ans en France. En revanche, pour la proportion de ceux utilisant tous les jours (ou presque) les réseaux sociaux, le résultat du collège, 80,4 %, est supérieur à celui de la tranche des 15-24 ans, 77,5 %.

Réseaux sociaux	effectif	pourcentage
Tous les jours	86	80,4%
2 à 3 fois par semaine	4	3,7%
1 fois par semaine	5	4,7%
Jamais	12	11,2%
Total	107	100,0%

Enquête Médiamétrie quatrième trimestre 2015
http://www.blogdumoderateur.com/reseaux-sociaux-france-2015/

Réseaux sociaux	15-24 ans	15-24 ans répondants
Tous les jours ou presque	75,4%	77,5%
1-2 fois par semaine	13,1%	13,5%
1-3 fois par mois	3,5%	3,6%
Moins d'une fois par mois	5,3%	5,4%
Pas de réponse	2,8%	
Total	100,1%	100,0%





Est-ce à dire que les élèves du collège utilisent significativement plus les réseaux sociaux que les 15-24 ans français en 2015 ? C'est l'occasion d'étudier l'influence de la taille d'une enquête (ici 107 élèves répondants) sur la précision des résultats.

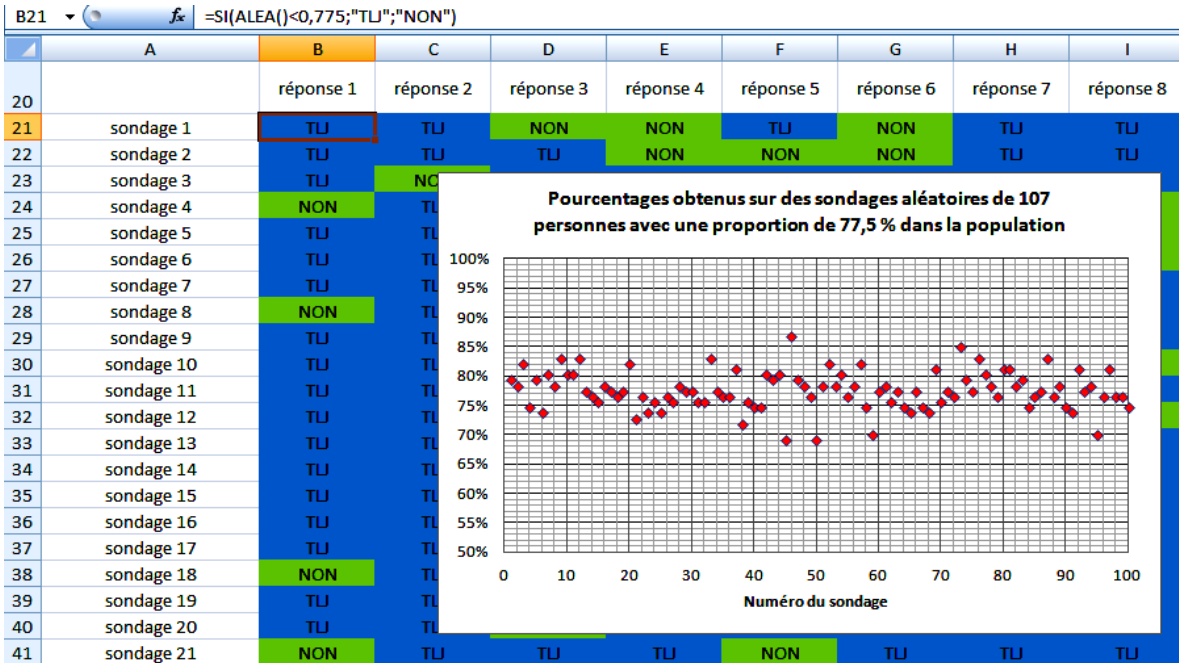
loisirs_3eme.xls

On suppose que l'on interroge au hasard 107 personnes dont chacune a 77,5 % de chances de répondre « tous les jours » (TLJ) à la question sur l'usage des réseaux sociaux. On s'intéresse aux variations aléatoires des pourcentages obtenus sur de tels sondages.

La réponse d'un sondé est simulée sur le tableur par la formule

=SI(ALEA()<0,775;"TLJ";"NON")

(on a ajouté une mise en forme conditionnelle des cellules pour faire joli).



On observe (en faisant F9 pour d'autres simulations) que les pourcentages obtenus sur les sondages de taille 107 fluctuent entre 68 % et 87 % pour la très grande majorité d'entre eux. En classe de seconde, on parlera d'un intervalle de fluctuation à plus de 95 % donné par $\left[0{,}775-\frac{1}{\sqrt{107}}, 0{,}775+\frac{1}{\sqrt{107}}\right]$.

Ainsi, la valeur 80,4 % obtenue sur un échantillon de taille 107 n'est pas significativement supérieure à 77,5 % puisqu'elle est contenue dans l'intervalle de fluctuation.

Les garçons jouent-ils davantage aux jeux vidéos ? Différence significative et pile ou face

Concernant la fréquence des jeux vidéos dans les loisirs des filles et des garçons de troisième, les réponses à l'enquête furent les suivantes.

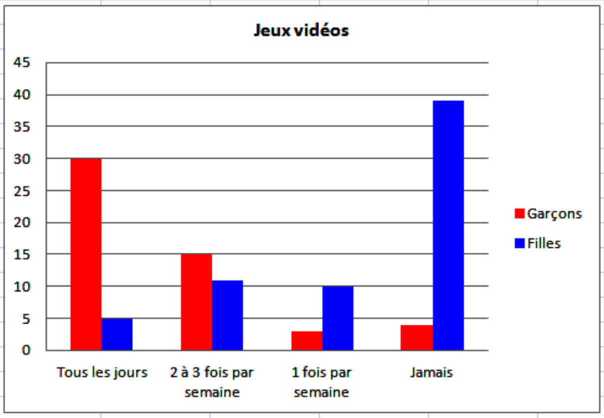
Jeux vidéos	Garçons	Filles	Total
Tous les jours	**30**	**5**	35
2 à 3 fois par semaine	**15**	**11**	26
1 fois par semaine	**3**	**10**	13
Jamais	**4**	**39**	43
Total	52	65	117

Une illustration graphique de ces données peut être laissée à l'initiative des élèves. Il apparaît une répartition très différente selon le genre montrant que les garçons jouent significativement plus souvent que les filles.
On peut cependant, pour chacune des quatre catégories, préciser la notion de différence significative selon le genre en ayant recours au test statistique du pile ou face, accessible aux élèves de collège. Pour chaque catégorie, si l'on fait l'hypothèse qu'il n'y a pas de différence significative entre filles et garçons, la répartition observée doit être comparable à celle obtenue au jeu de pile ou face. Pour les deux premières catégories, la question devient :
– quelle est la probabilité d'obtenir au moins 30 piles sur 35 lancers ?
– quelle est la probabilité d'obtenir au moins 15 piles sur 26 lancers ?
La réponse est donnée par la loi binomiale (probabilité quasi nulle dans le premier cas, environ 0,28 dans le second cas) et peut être fournie de manière approximative par expérimentation en troisième (voir simulation suivante). Ainsi l'écart filles/garçons est-il très significatif sur la catégorie « tous les jours », mais ne l'est pas sur la catégorie « 2 à 3 fois par semaine ».

B21 fx =SI(ALEA()>0,5;"PILE";"FACE")

Jeux vidéos	Garçons	Filles	Total
Tous les jours	30	5	35
2 à 3 fois par semaine	15	11	26
1 fois par semaine	3	10	13
Jamais	4	39	43
Total	52	65	117

Probabilité d'au moins 30 piles sur 35 lancers : 1,11808E-05
Probabilité d'au moins 15 piles sur 26 lancers : 0,278598547



Fréquence de l'événement "au moins 15 piles sur 26 lancers de pile ou face" observée sur 100 simulations : 0,29

	B	C	D	E	F	G	H	I	J
simulation 1	FACE	FACE	PILE	PILE	PILE	PILE	FACE	PILE	PILE
simulation 2	FACE	FACE	PILE	PILE	PILE	FACE	PILE	PILE	PILE
simulation 3	PILE	PILE	PILE	PILE	FACE	FACE	FACE	FACE	PILE
simulation 4	FACE	FACE	FACE	FACE	PILE	FACE	PILE	PILE	FACE

La simulation d'un lancer de pile ou face est obtenue par la formule
=SI(ALEA()>0,5;"PILE";"FACE")
entrée en cellule B21 puis recopiée jusqu'en colonne AB.
La formule =NB.SI(B21:AA21;"PILE") compte, en AB21, le nombre de piles sur la première simulation de 26 lancers. La formule =SI(AB21>=15;1;0), entrée en AC21, affiche 1 si l'événement « il y a au moins 15 piles sur les 26 lancers » est réalisé et 0 sinon.
On recopie les simulations vers le bas, puis on entre en cellule H19 la formule =SOMME(AC21:AC120)/100 permettant d'afficher la fréquence de l'événement précédent sur 100 simulations.
En faisant F9, on observe que cette fréquence fluctue autour de 0,28.

2. Comment améliorer mes résultats sportifs ? – Vitesse maximale aérobie

EPI mathématiques EPS en classe de quatrième

académie Créteil – MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE	**Collège Émile BOREL**	**Année scolaire 2016-2017**

Enseignement Pratique Interdisciplinaire (EPI)

« Les enseignements pratiques interdisciplinaires permettent de construire et d'approfondir des connaissances et des compétences par une démarche de projet conduisant à une réalisation concrète, individuelle ou collective. »

Intitulé de l'EPI
Mon carnet d'entrainement de demi-fond

Description synthétique du projet et problématique choisie
Élaboration et expérimentation d'un carnet d'entrainement personnalisé pour le demi-fond. Problématique : recueillir, mettre en forme et interpréter diverses données relatives à ses performances pour développer et mobiliser ses ressources de manière optimale.

Thématique interdisciplinaire de l'EPI			
×	**Corps, santé, bien-être, sécurité**		Langues et cultures de l'Antiquité
	Culture et création artistiques		Langues et cultures étrangères ou régionales
	Transition écologique et développement durable		Monde économique et professionnel
	Information, communication, citoyenneté		Sciences, technologie et société

Disciplines concernées	**Niveau de classe**	**Modalités (durée, répartition horaire par discipline, effectifs)**
– **Mathématiques** – **EPS**	☐ 5e × **4e** ☐ 3e	– premier trimestre, 2 h hebdomadaires (total 24 h) ; – mathématiques (12 h) ; EPS (12 h) ; – groupe classe.

Réalisation(s) concrète(s), individuelle(s) ou collective(s), attendue(s)
– Un ***carnet d'entrainement personnalisé*** pour l'ensemble de la séquence d'apprentissage en demi-fond. – un ***fichier tableur*** de gestion de course en fonction des objectifs visés en EPS ; – une ***étude statistique*** des données de VMA (vitesse maximale aérobie) relevées chez tous les élèves du collège et interprétation en EPS et SVT.

Compétences et connaissances travaillées	
En mathématiques : – utiliser les ***nombres*** pour comparer, calculer et résoudre des problèmes ; – utiliser le ***calcul littéral*** ; – recueillir des données, les organiser, les représenter (***tableaux, graphiques, diagrammes***) ; – calculer des ***effectifs***, des ***fréquences***, des ***pourcentages*** ;	En EPS : – préparer-planifier-se représenter une action avant de la réaliser ; – construire et mettre en œuvre des projets d'apprentissage individuel ou collectif ; – connaître et utiliser des indicateurs objectifs pour caractériser l'effort physique ; – gérer son effort, faire des choix pour réaliser la meilleure performance ;

– calculer et interpréter des ***caractéristiques de position et de dispersion*** : moyenne, médiane, étendue. – résoudre des problèmes de ***proportionnalité*** ; – calculer avec des ***grandeurs mesurables*** (vitesse, temps…) ; exprimer les résultats dans les unités adaptées.	– s'engager dans un programme de préparation individuel.

Évaluation de l'EPI
– *Connaissances et compétences disciplinaires* : Evaluation individuelle. En EPS, le principal critère de réussite est l'adéquation des différents projets de courses avec les ressources réelles des élèves en évitant au maximum les « sorties de route » (écart entre le projet et la réalisation). Ceci étant indexé à l'état de forme du jour. Les critères de réussite sont ainsi définis en relation avec des indicateurs de performance relative (référés aux possibilités des élèves tels que la VMA) et non des « normes externes ». En mathématiques : – évaluation initiale sur la proportionnalité ; – évaluation en cours de réalisation sur les vitesses et distances et sur les pourcentages ; – évaluation finale sur des exercices de réinvestissement. – *Démarche de projet* : évaluation de l'investissement et de l'autonomie. – *Production finale* : – évaluation du carnet d'entraînement personnalisé (EPS) ; – évaluation du fichier tableur réalisé (mathématiques) ; – évaluation de l'étude statistique et de sa présentation (mathématiques).

Usage des outils numériques
– Utilisation de montres cardio fréquence mètre pour le recueil des fréquences cardiaques et logiciels de retranscription en courbes et schémas des données relevées. – Traitement des données à l'aide d'un tableur. – Vidéo possible via une tablette pour optimiser la technique de course

Contribution de l'EPI aux différents parcours, le cas échéant
L'EPI contribue à la mise en œuvre du (des) : ☐ Parcours d'Education Artistique et Culturelle ; ☐ Parcours Avenir ; ☐ Parcours Citoyen ; × Parcours éducatif de santé ; ☐ Aucun.

ANNEXE : vitesse maximale aérobie

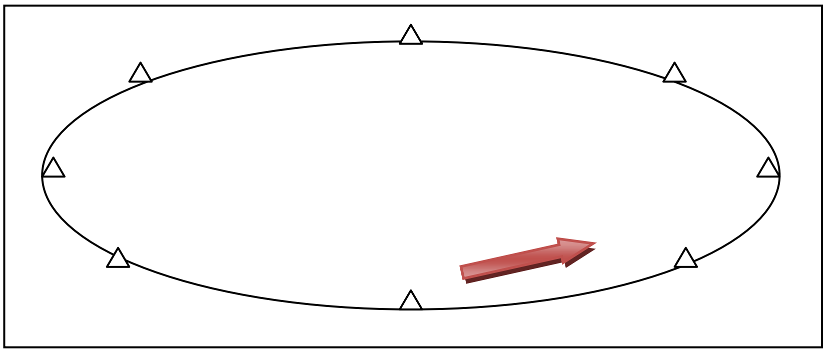
(source Wikipedia)

La vitesse maximale aérobie ou VMA, est la vitesse de course sur piste à partir de laquelle une personne consomme le maximum d'oxygène, c'est-à-dire atteint le VO_2Max. En deçà de cette limite, la consommation d'oxygène croît avec l'intensité de l'effort et la plupart de l'énergie provient du métabolisme aérobie. Au-delà, la consommation d'oxygène reste constante et la puissance supplémentaire est assurée par la filière anaérobie lactique.
La VMA est utilisée en sport, par exemple pour la course à pied. À sa VMA, un sportif peut tenir 4 à 8 minutes. À ce rythme environ 85 % de l'énergie est produite par le métabolisme aérobie et 15 % provient de la filière anaérobie lactique.

Détermination de la VMA

La formule de Léger et Mercier relie la consommation maximale d'oxygène VO_2max et la VMA d'un coureur en supposant une technique de course idéale :
VMA = VO_2max / 3,5

où la VMA est exprimée en km/h et la VO_2max en ml/kg/min.
Dans la pratique, il est difficile d'obtenir la VO_2max sans appareillage complexe, de sorte que la détermination se fait par des tests. Il existe plusieurs méthodes pour calculer la VMA d'un coureur : test de Léger-Boucher, test du demi-Cooper, par exemple.
Le test de Léger-Boucher permet de déterminer la vitesse maximale aérobie (V.M.A.) et d'estimer le VO_2 max du coureur.
L'épreuve est continue et progressive. Elle est facile au début mais devient de plus en plus difficile. Le principe de l'épreuve est simple : le sujet doit courir de plus en plus vite autour d'une piste, et compléter le plus grand nombre de paliers de deux minutes.
Le début de l'épreuve est facile et correspond à une marche rapide (6 à 8 $km \cdot h^{-1}$ selon les personnes). Un palier est franchi toutes les deux minutes. La vitesse de course augmente alors d'un $km \cdot h^{-1}$: le coureur doit adapter sa vitesse. Lorsque le coureur arrive en bout de course et ne peut poursuivre le test, il s'arrête. Sa vitesse maximale aérobie (VMA) est celle du dernier palier qu'il a complété (+0,5 $km \cdot h^{-1}$ pour un palier réalisé aux 2/3). En pratique, sur une piste d'athlétisme, on peut poser des repères tous les 50 mètres. Le coureur s'élance sur la piste en étant guidé dans son effort par une bande sonore. À chaque signal sonore, il doit se trouver au niveau d'un repère. S'il est trop en retard, il doit s'arrêter.
Le test du demi-Cooper consiste à parcourir la plus grande distance possible en 6 min. La V.M.A. est estimée par la vitesse moyenne.
Une précision de Thierry CHOFFIN, formateur EPS à l'ESPE de Créteil : un test de 3 min est souvent préféré au collège (un quart de Cooper en quelque sorte) car les élèves sont difficilement capables d'avoir un temps de soutien de la VMA sur une durée de 6 min (les données de VMA sont dans ce cas sous estimées).
Exemple :
Sur un plateau sportif à côté du collège (terrains de handball/basketball avec revêtement bétonné). Piste circulaire de 100m tracée avec un mètre et balisée par des plots.
Consigne : en 3 min réaliser le maximum de distance possible.



Élaboration d'un fichier tableur : détermination de VMA par le test du quart de Cooper

On entre en colonne B dans la feuille de calcul ci-dessous la distance parcourue en mètre au test du quart de Cooper (durée de 3 min) par chaque élève d'une classe.

	A	B	C	D	E
1	**Détermination de la VMA par un test de 3 min (quart de Cooper)**				
2					
3	Nom de l'élève	Distance parcourue en mètre au test du quart de Cooper en 3 min	VMA en km/h	Temps au km en minutes et secondes	
4	élève 1	640	12,8	4	41,3
5	élève 2	775	15,5	3	52,3
6	élève 3	488	9.76	6	8.9

1) Quelle formule peut-on entrer en cellule C4, puis recopier vers le bas, pour obtenir la VMA de chaque élève en km/h ?

2) Quelles formules peut-on entrer en cellules D4 et E4, pour obtenir le temps au kilomètre correspondant à la VMA, en minutes et secondes ?
Indication : on pourra utiliser la fonction ENT du tableur qui affiche la partie entière d'un nombre décimal.

Élaboration d'un fichier tableur : temps au tour de piste selon le pourcentage de la VMA

Quelles formules peut-on entrer en cellules C6, C7, C8 et E8 de la feuille de calcul suivante, pour obtenir le temps d'un tour de piste en minutes et secondes, selon la longueur

	A	B	C	D	E	F
1	**Temps d'un tour de piste selon le pourcentage de VMA**					
2						
3	Longueur de la piste		**250**	**m**		
4	VMA		**11,5**	**km/h**		
5	Pourcentage de VMA		**80**	**%**		
6	Vitesse de course		9,2	km/h		
7	Temps d'un tour de piste		0,02717391	h		
8	Temps d'un tour de piste		1	min	37,8	s

de la piste (entrée en cellule C3), la VMA (entrée en cellule C4) et le pourcentage de VMA (entré en cellule C5) ?

Étude statistique des données de VMA

On dispose des données de VMA des élèves d'une ou plusieurs classes de quatrième sous forme d'un fichier tableur.
1) Comparer les VMA des filles à celles des garçons.
2) Situer votre VMA par rapport à l'ensemble des données.
3) Comparer les valeurs mesurées aux valeurs « moyennes » indiquées dans le tableau suivant.

Vitesse maximale aérobie moyenne en kilomètres/heure[53]					
Secteur scolaire	6e	5e-4e	3e	2de	1re-terminale
	G : 11,5 à 14,5 F : 11,5 à 13,5	G : 12 à 16 F : 11 à 14	G : 12 à 17 F : 11 à 14	G : 12 à 17 F : 10,5 à 14	G : 12 à 18 F : 10,5 à 14

4) Comparer les VMA en début de cycle de demi-fond et en fin de cycle de demi-fond. La différence est-elle significative ?

Exemple de traitement de données pour une classe de 28 élèves :
Source Thierry CHOFFIN, formateur EPS à l'ESPE de Créteil.

VMA.xls

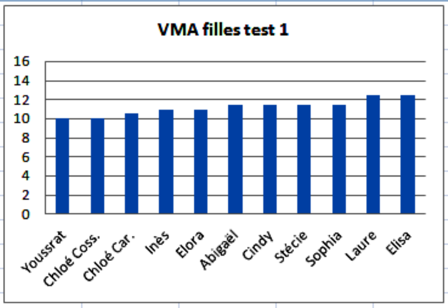
	A	B	C
1	Prénom de l'élève	VMA début de cycle (moyenne sur deux fois 3 min)	VMA fin de cycle (test de 3 min)
2	Youssrat	10	12,5
3	Badreddine	12	11,5
4	Nizar	12,5	15,5
5	Maïtena	10,5	9,5 (douleur cheville)
6	Sarah	14 (???)	absente
7	Cédric	10	11,5
8	Marlon	12,5	12
9	Stephen	Disp	Disp
10	Chloé Car.	10,5	10
11	Chloé Coss.	10	12
12	Maël	14,5	14
13	Inès	11	12
14	Ahmed Yassine	12	12,5
15	Mohamed	11,5	13
16	Maxime	12,5	13,5
17	Elora	11	9,5
18	Jeanne	15,5 (???)	12,5
19	Abigaël	11,5	12,5
20	Laure	12,5	12
21	Cindy	11,5	10,5
22	Nathan	14	14,5
23	Stécie	11,5	10,5
24	Elisa	12,5	12
25	Jérémy	10,5	12
26	Arthur	15,5	13,5
27	Peter	12	13
28	Sophia	11,5	14
29	Alexandre	10,5	11,5

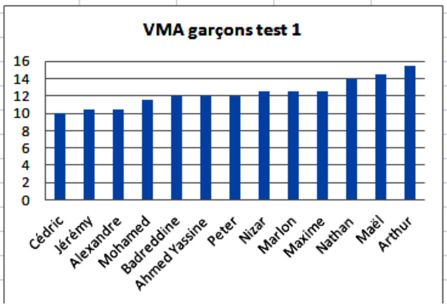
Certaines données doivent être écartées (mesure douteuse, douleur, absence…).

	A	B	C	D	E
1	Prénom	Genre	Test 1	Test 2	Test 2 > Test 1 ?
2	Youssrat	F	10	12,5	OUI
3	Chloé Coss.	F	10	12	OUI
4	Chloé Car.	F	10,5	10	NON
5	Inès	F	11	12	OUI
6	Elora	F	11	9,5	NON
7	Abigaël	F	11,5	12,5	OUI
8	Cindy	F	11,5	10,5	NON
9	Stécie	F	11,5	10,5	NON
10	Sophia	F	11,5	14	OUI
11	Laure	F	12,5	12	NON
12	Elisa	F	12,5	12	NON
13	Cédric	M	10	11,5	OUI
14	Jérémy	M	10,5	12	OUI
15	Alexandre	M	10,5	11,5	OUI
16	Mohamed	M	11,5	13	OUI
17	Badreddine	M	12	11,5	NON
18	Ahmed Yassine	M	12	12,5	OUI
19	Peter	M	12	13	OUI
20	Nizar	M	12,5	15,5	OUI
21	Marlon	M	12,5	12	NON
22	Maxime	M	12,5	13,5	OUI
23	Nathan	M	14	14,5	OUI
24	Maël	M	14,5	14	NON
25	Arthur	M	15,5	13,5	NON

G	H
Nb OUI	14
Nb NON	10

Quelle est la probabilité d'avoir au moins 14 piles après 24 lancers de pile ou face ?





La différence entre le test 2 et le test 1 peut difficilement être considérée comme significative : au jeu de pile ou face avec une pièce supposée équilibrée, il n'est pas rare d'obtenir, sur 24 lancers, au moins 14 piles (la probabilité est de l'ordre de 0,27). Cela peut s'observer par simulation.

Si l'on considère les garçons, on a 9 OUI et 4 NON. Pourtant, ce n'est pas extrêmement significatif : sur 13 lancers de pile ou face, la probabilité d'avoir au moins 9 piles est environ 0,13.

3. Indice de développement humain

Il s'agit de témoigner ici d'un exemple d'exploitation en classe de données réelles (en grand nombre) obtenues sur Internet.

Un EPI mathématiques et géographie

académie Créteil — Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche	**Collège Émile BOREL**	**Année scolaire 2016-2017**

Enseignement Pratique Interdisciplinaire (EPI)

« Les enseignements pratiques interdisciplinaires permettent de construire et d'approfondir des connaissances et des compétences par une démarche de projet conduisant à une réalisation concrète, individuelle ou collective. »

Intitulé de l'EPI
Pauvreté et développement durable

Description synthétique du projet et problématique choisie
Analyse de documents et interprétation du point de vue de différents indicateurs et supports. **Problématique : Un développement durable est-il compatible avec la pauvreté ?** Quels sont les liens entre pauvreté et développement ? Entre pauvreté et environnement ?

Thématique interdisciplinaire de l'EPI			
	Corps, santé, bien-être, sécurité		Langues et cultures de l'Antiquité
	Culture et création artistiques		Langues et cultures étrangères ou régionales
X	**Transition écologique et développement durable**		Monde économique et professionnel
	Information, communication, citoyenneté		Sciences, technologie et société

Disciplines concernées	**Niveau de classe**	**Modalités (durée, répartition horaire par discipline, effectifs)**
– Mathématiques – Histoire-géographie – Professeur documentaliste	☐ 5^e ☐ 4^e X **3^e**	– Mathématiques (6h) ; Histoire-géographie (6h) ; – Groupe classe et demi-classe pour 2 séances au CDI.

Réalisation(s) concrète(s), individuelle(s) ou collective(s), attendue(s)
– un ***fichier tableur*** et un **compte rendu** sur l'IDH (en mathématiques). – Une texte rédigé (ou un schéma fléché) pour répondre à la problématique en géographie.

Compétences et connaissances travaillées	
En mathématiques : – Utilisation du tableur (produire une formule, créer un graphique). – Statistique : calculer des *effectifs*, des *fréquences*, des *pourcentages* ; calculer et interpréter des *caractéristiques de position et de dispersion* : moyenne, médiane, étendue. Effectuer des regroupements par classes ; Créer et interpréter des graphiques.	En Histoire-géographie : – Savoir lire (comprendre) un tableau, une carte, un graphique ; – Avoir des repères géographiques ; – Savoir interpréter les données en fonction du contexte géographique. – Identifier les inégalités de développement à différentes échelles ; – Connaître le Mode de calcul des indicateurs.

Évaluation de l'EPI
Connaissances et compétences disciplinaires : – évaluation sur des exercices de réinvestissement (étude de documents, étude statistique). **Démarche de projet** : – évaluation de l'investissement, de l'autonomie. **Production finale** : – évaluation du fichier tableur réalisé (mathématiques) ; – évaluation de l'étude statistique : présentation et analyse (mathématiques et géographie). – évaluation du texte ou du schéma produit (géographie).

Usage des outils numériques
– Traitement des données à l'aide d'un tableur.

Contribution de l'EPI aux différents parcours, le cas échéant
L'EPI contribue à la mise en œuvre du (des) : ☐ Parcours d'Education Artistique et Culturelle ; ☐ Parcours Avenir ; X **Parcours Citoyen** ; ☐ Aucun.

Ressources possibles en histoire-géographie

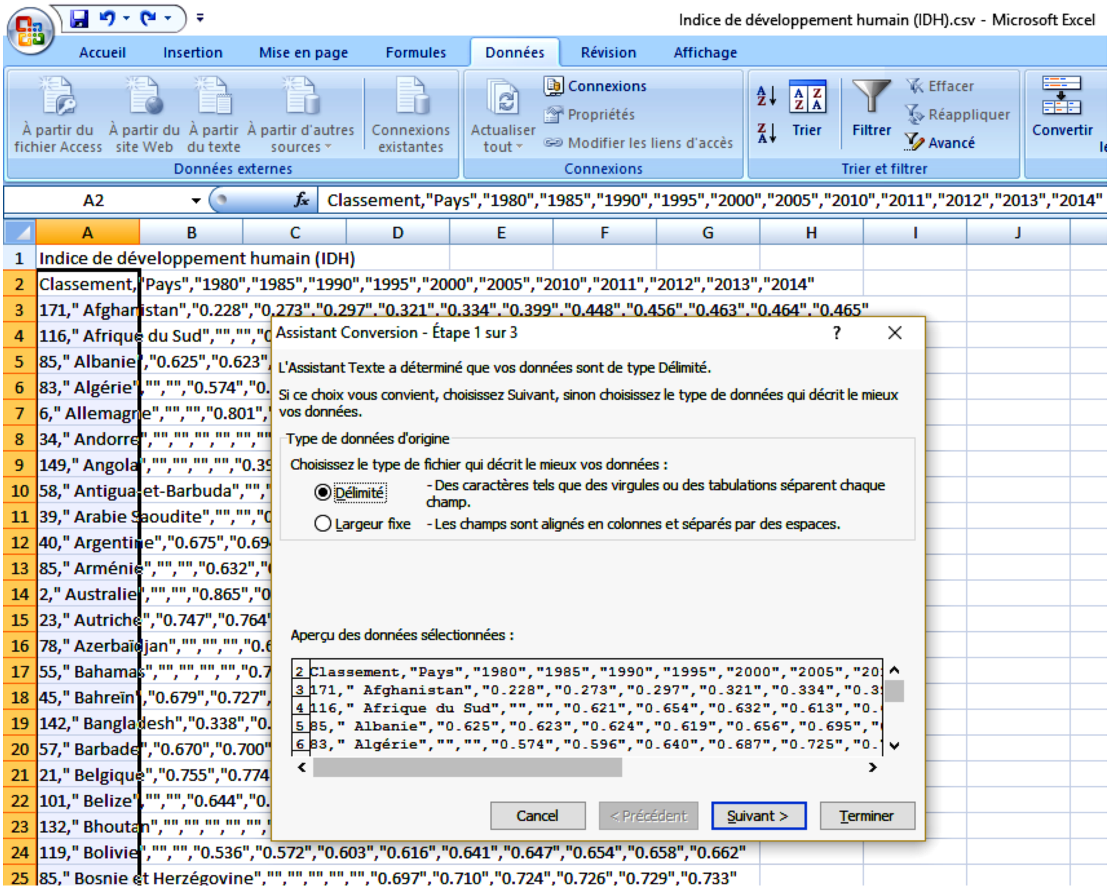
Ressources en géographie sur Eduscol :
http://eduscol.education.fr/histoire-geographie/enseigner/ressources-par-niveau-et-programme/college/cinquieme/geographie.html#c830
Académie de Besançon :
http://eduscol.education.fr/bd/urtic/histgeo/?commande=aper&id=10003204
http://hg.ac-besancon.fr/2015/09/25/le-developpement-durable-en-cinquieme/
Académie de Dijon :
http://eduscol.education.fr/bd/urtic/histgeo/?commande=aper&id=10003319
Académie de Caen :
http://eduscol.education.fr/bd/urtic/histgeo/?commande=aper&id=10003843

Recueil des données sur Internet

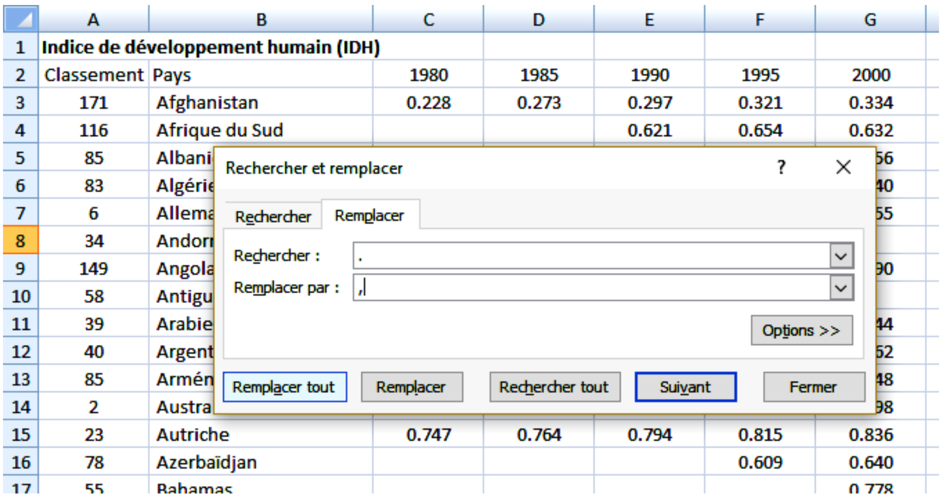
L'adresse http://hdr.undp.org/fr/data permet de télécharger, pour 189 pays, les données connues de 1980 à 2014 (recherche effectuée en septembre 2016).

Le site est par ailleurs très riche en ressources : voir en particulier la foire aux questions (une majorité de réponses en français) ou l'IDH ajusté aux inégalités (IDHI).

Le fichier téléchargé est au format csv. Il faut convertir les données à un format tableur, pour pouvoir l'exploiter.
Avec Excel, on peut, sélectionner la colonne A sauf A1, puis dans Données/Convertir, effectuer les choix suivants à chacune des trois étapes de « l'assistant Conversion » : Délimité, Virgule, Standard.



Reste à remplacer le séparateur décimal . par , en faisant CTRL H et en remplissant la boîte de dialogue « Remplacer » (cliquer sur « Remplacer tout »).



idh1980-2014.xls

Activité menée sur l'Indice de Développement Humain (IDH) avec l'histoire-géographie en classe de Troisième

Cette activité s'inscrit dans le champ des compétences mathématiques suivantes : chercher, représenter, calculer, raisonner, communiquer.
Elle a permis d'aborder en mathématiques les points suivants :
– travail sur le regroupement en classes, choix de l'amplitude ;
– utilisation du tableur (fonction nb.si ; graphiques) ;
– détermination de paramètres statistiques.
Interprétation des paramètres statistiques, reprise et approfondissement par le professeur d'HG.

Scénario

– EN COURS D'HG

Cette notion est d'abord travaillée en cours d'HG (elle figure dans le programme de 5ème et est reprise régulièrement tout au long du cycle, notamment lors d'analyses de documents, à chaque fois que le développement d'un pays est évoqué, comparaison pays pauvre/riche.).
Remarque : l'IDH est le thème d'un des sujets de géographie du DNB 2010 sur les inégalités de développement dans le monde.

Document 1 (L'IDH dans le monde en 2007)
1. Dans quelles parties du monde se situent majoritairement les pays dont l'IDH est très élevé ? Sur quel continent l'IDH est-il le plus faible ?
Document 2 (Les contrastes de développement au Sud en 2009)
2. A partir des exemples du Brésil et du Mozambique, relevez trois éléments qui montrent les inégalités de développement entre les pays du Sud.
Documents 1, 2 et 3 (Au Brésil, une des sociétés les plus inégalitaires au monde)
3. A partir des documents n°1 et n°2, caractérisez l'IDH du Brésil et relevez dans le document n°3 deux exemples qui montrent que cet IDH cache de grandes inégalités à l'intérieur du pays.

– EN COURS DE MATHEMATIQUES

En classe
Présentation en classe d'un tableau (issu d'un tableur) dans lequel figurent l'IDH et le rang de 187 pays.

idh2013.xls

Source : Indice de développement humain (Programme des Nations Unies pour le développement, rapport 2014) http://hdr.undp.org/fr/data

Objectif : proposer un regroupement des pays en trois classes selon leur niveau d'IDH : « très élevé », « moyen à élevé », « faible à moyen ».

Travail sur différents regroupements en classes (d'autres exemples ont déjà été étudiés), quelle amplitude choisir pour répondre de façon pertinente au problème ?
Propositions d'élèves :
1) Partager en trois le tableau ; 187 pays divisé par 3 à peu près 62 pays par niveau.
Discussion autour de ce partage.

2) Partager l'intervalle [0, 1] en trois : IDH compris entre 0 et 0,3 ; entre 0,3 et 0,6 puis supérieur à 0,6.
Discussion autour de ce partage.

Je propose de représenter la répartition des IDH pour mieux visualiser la situation. Comment faire ? Ils ont récemment travaillé sur un regroupement par classes lors d'un devoir maison (sur le diamètre d'oranges). S'en inspirant, des élèves proposent un regroupement en classes de 0,1 en 0,1.
Rappel sur des fonctions du tableur étudiées depuis le début de l'année.
Le tableur est travaillé depuis le début de l'année (en salle informatique, en activités débranchées, en activités rapides de début de séance type questions flash).
La fonction « nb.si » a déjà été utilisée une fois lors d'un exercice en classe.
Je montre la fonction « nb.si.ens » (qui applique les critères aux cellules de plusieurs plages et compte le nombre de fois où tous les critères sont remplis.)

<u>En salle informatique</u>
Les élèves travaillent par deux sur un poste informatique.

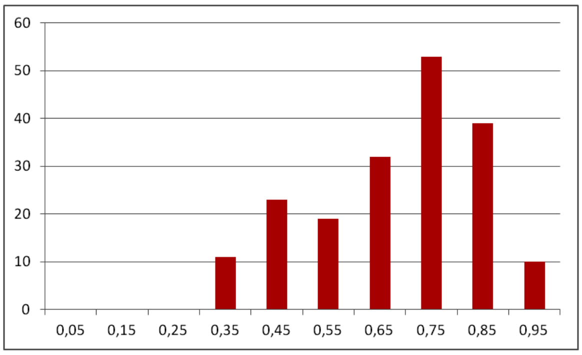
On veut proposer un regroupement des pays en trois classes selon leur niveau d'IDH :
« très élevé », « moyen à élevé », « faible à moyen ».
Compléter la feuille de calcul 2 puis représenter la répartition des IDH pour mieux visualiser la situation.
Aide : fiche « comment insérer un graphique » ?

Un regroupement plus précis est donné en feuille 3, insérer un graphique.

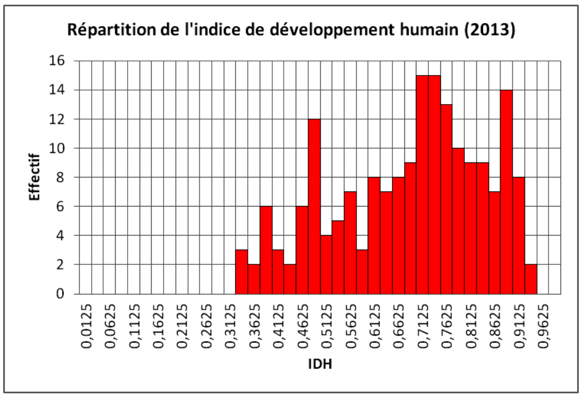
En vous aidant des deux graphiques, conclure sur le regroupement souhaité.

<u>Travail en salle info</u> :
Le document est dans le répertoire de la classe sur le réseau.
Les données brutes sont en feuille 1, les élèves doivent compléter la feuille 2 et insérer un graphique montrant la répartition des IDH.
Une fiche d'aide sur « insérer un graphique » est à leur disposition dans le répertoire de la classe.
Pour les plus rapides, un document avec le regroupement de 0,05 en 0,05 est prêt. Ils doivent insérer le graphique. Pour les autres, le document corrigé sera donné.

Distribution en classes d'amplitude 0,1 :



Distribution en classes d'amplitude 0,05 :



Ces distributions en classes peuvent conduire à la constitution de deux ou trois groupes « homogènes ». Les limites des trois groupes peuvent être fixées à environ 0,6 ou 0,59 et à 0,9 ou 0,86.

Une recherche Internet permet d'en apprendre davantage sur l'IDH. Parmi les réponses les plus précises, figure celle de la foire aux questions suivante (en anglais) version 2014.
http://hdr.undp.org/en/faq-page/human-development-index-hdi#t292n40

> *In the previous Human Development Reports, countries were divided by the quartiles of the HDI distribution into four groups of equal sizes, from "Very High" to "Low" human development groups.*
> *This year (2014) you are using the fixed cut-off points to define the groups. Why did you introduce this this change?*
> *There are two major reasons why we went back to fixed cut-off points between groups – first is that with the quartile grouping countries couldn't see clearly their progress to a higher level of human development because the quartiles of the HDI distribution change values every year and second, the number of countries is always the same in each quartile group. So if a country moves up into a higher level group, another country has to move down into a lower group.*
> *The 2014 HDI introduces a system of fixed cut-off values for the four categories of human development achievements. The cut-off values are obtained as the HDI values calculated using the quartiles of the distributions of component indicators. For more details see Technical note 1. These cut-off points (0.55, 0.7, 0.8) will be kept for at least five years and then will be revised.*

A la maison

Les élèves ont à terminer le compte rendu sur le regroupement demandé en utilisant les deux graphiques construits (deux regroupements).

– *PROFESSEURS MATHS ET HG*

Evaluation du fichier tableur et du compte rendu.

– *EN COURS DE MATHEMATIQUES*

2ème séance informatique

Utiliser des arguments statistiques pour situer les IDH de la France et de la Zambie.
Aide : déterminer des indicateurs statistiques

Coup de pouce

Comment la répartition des IDH explique-t-elle que la moyenne est inférieure à la médiane ?

Quel indicateur vous semble préférable pour situer un pays ?

A la maison
Terminer le compte rendu.

En classe
Bilan de l'activité. Interprétation des paramètres statistiques.

– En cours d'HG
Bilan de l'activité.
Analyse d'autres documents.

4. Développement durable et changement climatique

Thématique « Transition écologique et développement durable ».
Interdisciplinarité possible avec « Chimie et environnement » ou « SVT : risque et gestion du risque ».

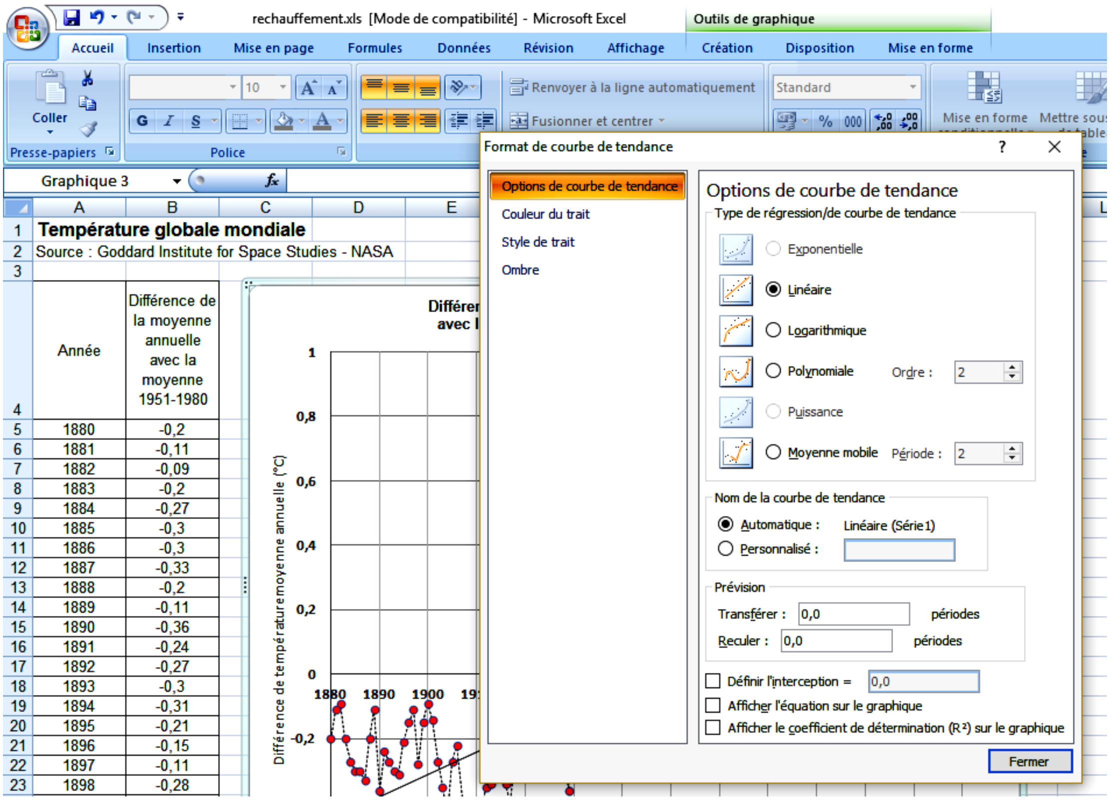
Réchauffement climatique

Cette activité est envisageable à partir de la classe de troisième.

On cherche à construire des modèles (très simples) permettant une estimation du réchauffement climatique à l'horizon 2040.
Ouvrir le fichier **« rechauffement.xls »** ou **« rechauffement.ods »** qui fournit, de 1880 à 2015, la différence en °C de la température moyenne annuelle globale sur Terre (terres et océans) par rapport à la moyenne de la période 1951-1980 (Source : Goddard Institute for Space Studies - NASA).

rechauffement.xls

1. Effectuer un ajustement du nuage de points à l'aide d'une droite (clic droit sur le nuage de points et choisir « Ajouter une courbe de tendance… »).
Quelle est l'équation affichée par le tableur ?

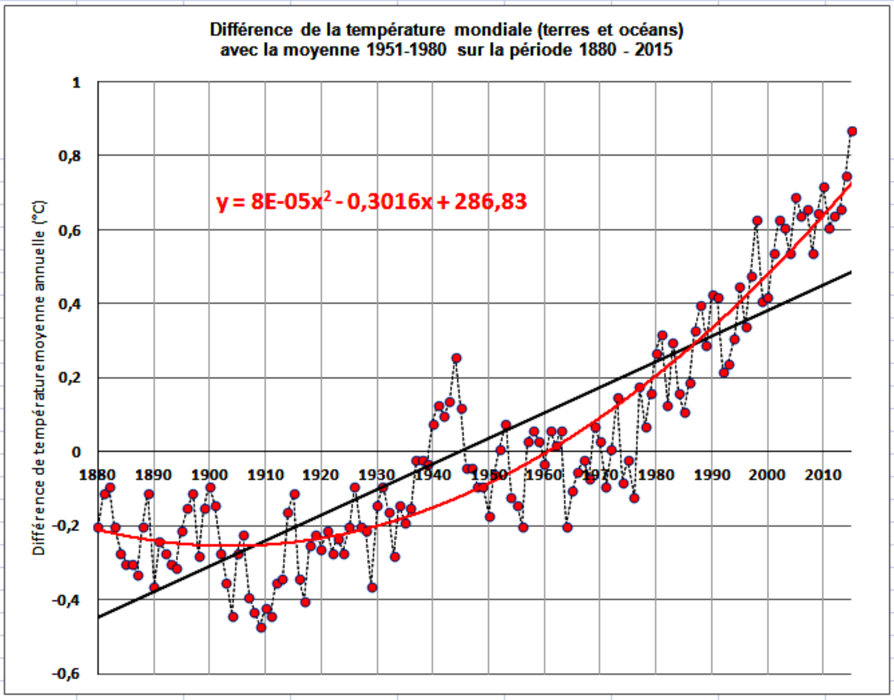


2. Le tableur Excel fournit un ajustement par une parabole d'équation :
$y = 0{,}000\,08\, x^2 - 0{,}301\,6\, x + 286{,}83$.

Température globale mondiale

Source : Goddard Institute for Space Studies - NASA

Année	Différence de la moyenne annuelle avec la moyenne 1951-1980
1880	-0,2
1881	-0,11
1882	-0,09
1883	-0,2
1884	-0,27
1885	-0,3
1886	-0,3
1887	-0,33
1888	-0,2
1889	-0,11
1890	-0,36
1891	-0,24
1892	-0,27
1893	-0,3
1894	-0,31
1895	-0,21
1896	-0,15
1897	-0,11
1898	-0,28
1899	-0,15
1900	-0,09
1901	-0,14
1902	-0,27
1903	-0,35



(Avec Excel, choisir « Polynomiale Ordre 2 », avec OpenOffice ou LibreOffice, tracer la parabole à l'aide de sa formule).
Quel est, de l'ajustement affine ou de l'ajustement parabolique, celui qui semble préférable ?

3. Donner une estimation de l'écart de la température globale en 2040 par rapport à la période 1951-1980 :
- en utilisant l'ajustement affine ;
- en utilisant l'ajustement parabolique.

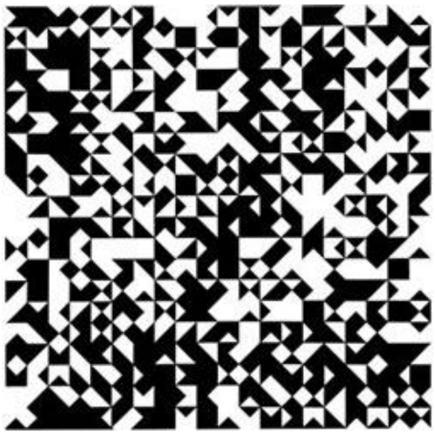
Éléments de réponse

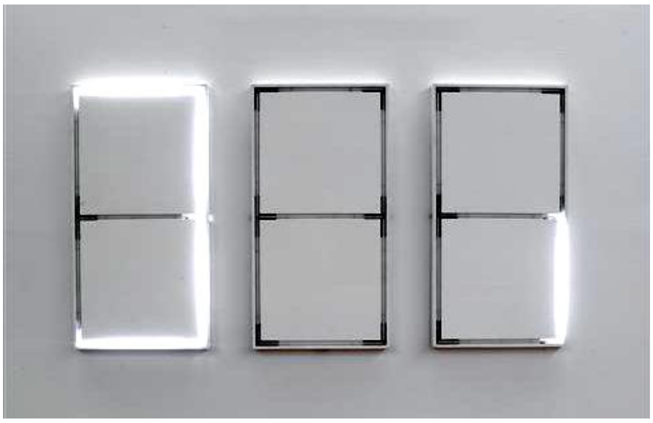
1. L'équation affichée par le tableur est : $y = 0{,}006\,9x - 13{,}486$.
2. L'ajustement qui semble préférable est l'ajustement par la parabole.
3. Estimation de l'écart de température globale en 2040 par rapport à la période 1951-1980
– à l'aide de l'ajustement affine :
$0{,}0069 \times 2040 - 13{,}486 = 0{,}59 \approx 0{,}6$ °C ;
– à l'aide de l'ajustement parabolique :
$0{,}000\,08 \times 2040^2 - 0{,}301\,6 \times 2040 + 286{,}83 = 4{,}494 \approx 4{,}5$ °C.

rechauffement_corrige.xls

5. Art et hasard : François Morellet

François Morellet, est un artiste contemporain français, peintre, graveur et sculpteur, né en 1926 à Cholet (Maine-et-Loire) et décédé le 11 mai 2016 dans cette même ville. Il a intégré des processus aléatoires dans la création de certaines de ses œuvres. Pour Morellet, l'intervention du hasard permet d'invalider la croyance selon laquelle une composition réussie serait le fruit du métier, de l'intuition, voire du génie de l'artiste.





« *Répartition aléatoire de triangles suivant les chiffres pairs et impairs d'un annuaire de téléphone* », 1958 et « *Néons bilingues aléatoires* », 1971.

Un EPI « Art et hasard »

académie Créteil MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE	**Collège Émile BOREL**	**Année scolaire 2016-2017**

Enseignement Pratique Interdisciplinaire (EPI)

« Les enseignements pratiques interdisciplinaires permettent de construire et d'approfondir des connaissances et des compétences par une démarche de projet conduisant à une réalisation concrète, individuelle ou collective. »

Intitulé de l'EPI
Art et hasard à la manière de François Morellet

Description synthétique du projet et problématique choisie
Conception et réalisation d'œuvres artistiques aléatoires à la manière de François Morellet. **Problématique : comment et pourquoi intégrer une dimension aléatoire dans la réalisation d'œuvres d'art ?**

Thématique interdisciplinaire de l'EPI			
	Corps, santé, bien-être, sécurité		Langues et cultures de l'Antiquité
X	**Culture et création artistiques**		Langues et cultures étrangères ou régionales
	Transition écologique et développement durable		Monde économique et professionnel
	Information, communication, citoyenneté		Sciences, technologie et société

Disciplines concernées	Niveau de classe	Modalités (durée, répartition horaire par discipline, effectifs)
– **Mathématiques** – **Arts plastiques** **– Français** **– Technologie**	☐ 5^{e} **X 4^{e}** ☐ 3^{e}	– deuxième trimestre, 2 h hebdomadaires (total 24 h) ; – Mathématiques (8 h) ; Arts plastiques (6 h) ; Français (4 h) ; Technologie(6 h). – groupe classe.

Réalisation(s) concrète(s), individuelle(s) ou collective(s), attendue(s)
– Une **œuvre virtuelle individuelle**, éventuellement interactive, réalisée à l'aide d'un logiciel. – Une **œuvre collective matérielle**, réalisée en groupe et intégrant des éléments technologiques. – Réalisation de **diaporamas** et/ou **vidéos** sur les œuvres de François Morellet et la réalisations des œuvres de l'EPI. – **Exposition** des œuvres au collège, catalogue d'exposition et visite commentée.

Compétences et connaissances travaillées	
En Mathématiques : – Mettre en œuvre un protocole de construction d'une figure géométrique. – Comprendre l'effet d'une translation, d'une symétrie, d'une rotation sur une figure. – Abscisse, ordonnée. – Aborder les questions relatives au hasard, notion de probabilité. – Algorithmique et programmation : décomposer un problème en sous-problèmes afin de structurer un programme ; écrire, mettre au point et exécuter un programme en réponse à un problème donné.	*En Arts plastiques :* – Adapter des langages et des moyens plastiques en fonction de leurs effets dans une intention artistique en restant attentif à l'inattendu. – Recourir à des outils numériques de captation et de réalisation à des fins de création artistiques. – Concevoir, réaliser et donner à voir des projets artistiques individuels. – Mener à terme une production individuelle dans le cadre d'un projet accompagné par le professeur. – Proposer et soutenir l'analyse et l'interprétation d'une œuvre. *En Français :* – Les avants gardes en poésie et au théâtre. – Exprimer ce qu'on ressent face à une œuvre d'art. – S'approprier des œuvres appartenant à la création contemporaine. – Activités en Français : • Etudier des œuvres du groupe de l'Oulipo (Ouvroir de littérature potentiel) : Georges Perec et Raymond Queneau. Le hasard en littérature. • Réécriture aléatoire d'une déclaration de François Morellet. • Nommer une œuvre « scratch » à la manière de Morellet. Expliquer le titre choisi en indiquant le protocole suivi. • Concevoir un mot croisé ne comportant que des titres d'œuvres de Morellet. *En technologie :* – Rechercher des solutions techniques à un problème posé. – Réaliser de manière collective le prototype d'un objet. – Appliquer les principes élémentaires de l'algorithmique et du codage. **–** Simuler numériquement la structure et/ou le comportement d'un objet. – Organiser, structurer et stocker des ressources numériques. – Lire, utiliser et produire des représentations numériques d'objets. – Piloter un système connecté localement ou à distance.

Évaluation de l'EPI

• Connaissances et compétences disciplinaires :
Evaluation individuelle.
En mathématiques :
– évaluation initiale sur les notions de géométrie et de probabilités ;
– évaluation en cours de réalisation sur les compétences en algorithmique et programmation ;
– évaluation finale sur des exercices de réinvestissement (géométrie, probabilités, algorithmique et programmation).
• Démarche de projet : évaluation de l'investissement et de l'autonomie.
• Production finale :
– évaluation de l'œuvre collective (arts plastiques et technologie) ;
– évaluation des fichiers tableur ou Scratch réalisés (mathématiques) ;
– évaluation des reportages ou exposés (toutes disciplines).

Usage des outils numériques

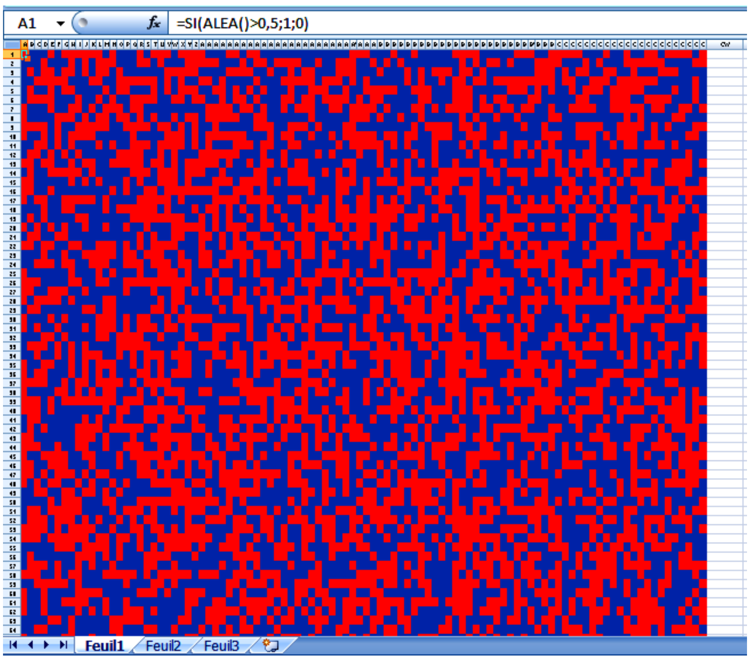
– Utilisation d'un tableur et du logiciel Scratch.
– Réalisation de diaporamas et vidéos.

Contribution de l'EPI aux différents parcours, le cas échéant

L'EPI contribue à la mise en œuvre du (des) :
X Parcours d'Education Artistique et Culturelle ;
☐ Parcours Avenir ;
☐ Parcours Citoyen ;
☐ Parcours éducatif de santé ;
☐ Aucun.

Exploitation du tableur

« *Répartition aléatoire de 40 000 carrés suivant les chiffres pairs et impairs d'un annuaire de téléphone (50% rouge clair, 50% bleu clair)* » est une œuvre de 1962 réalisée par François Morellet.



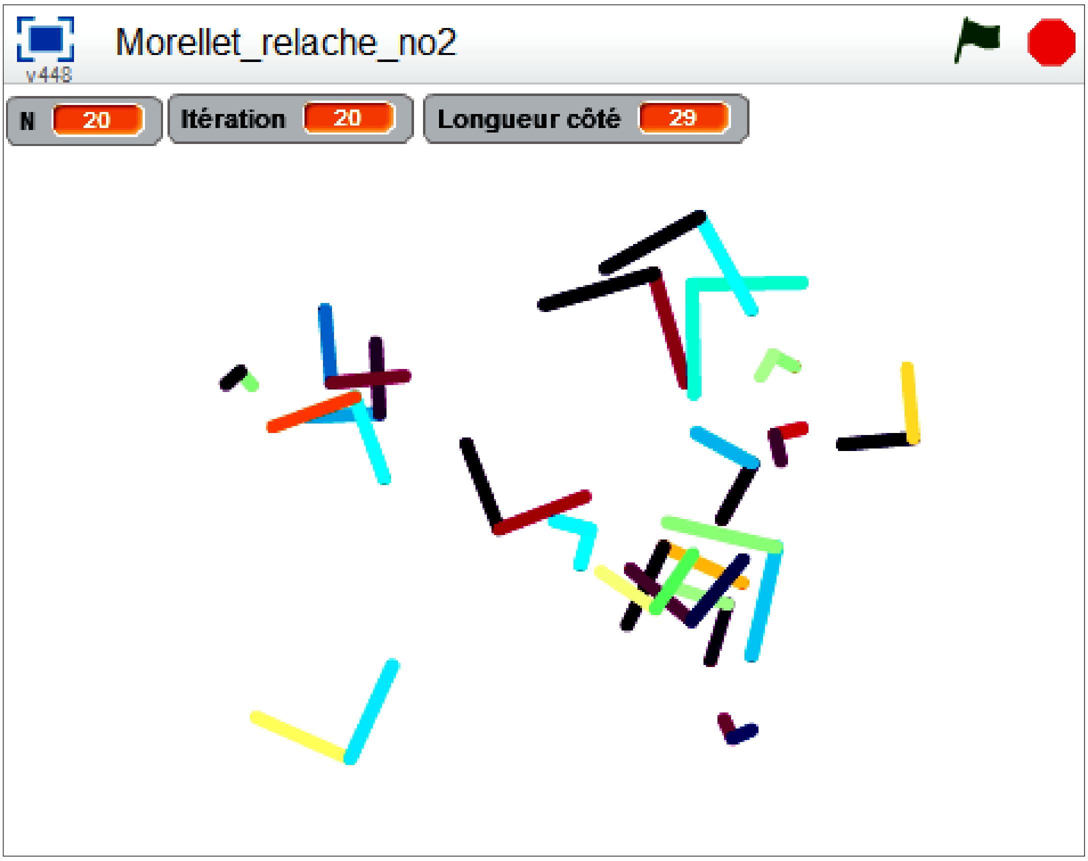
1. Effectuer une « reproduction » de cette œuvre à l'aide d'un tableur avec une grille 100 × 100 de 10 000 carrés.
On peut utiliser l'instruction =SI(ALEA()>0,5;1;0) puis Format / Formatage conditionnel avec OpenOffice ou Format / Mise en forme conditionnelle… avec Excel pour obtenir un fond bleu lorsque la formule affiche 1 et un fond rouge lorsque la formule affiche 0.
2. Calculer le nombre de carrés bleus sur une grille 100 × 100. Obtient-on exactement 50 % de carrés bleus et 50 % de carrés rouges ? Pourquoi ?

morellet.xls
morellet.ods

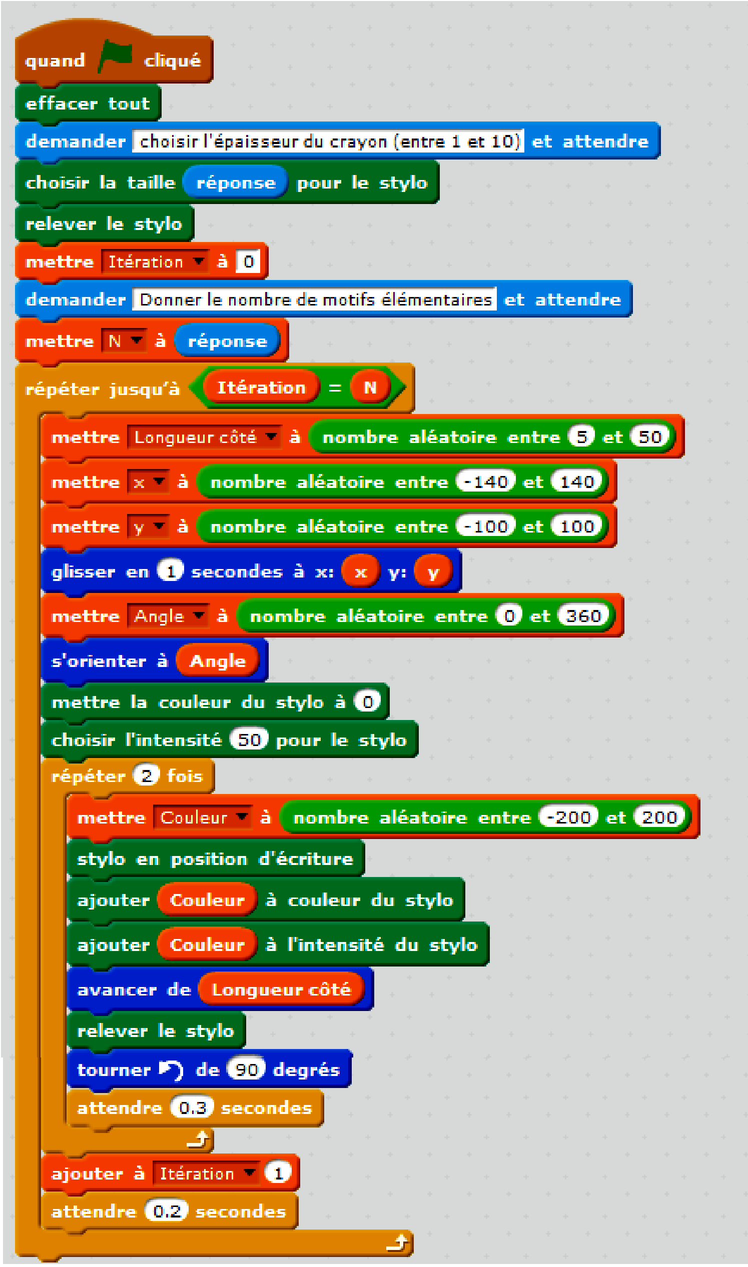
Algorithmique et programmation avec Scratch

Voici un traitement algorithmique de plusieurs œuvres de François Morellet, proposé par Mohammed MESMOUDI, professeur de mathématiques au collège Jacques-Yves Cousteau de Bussy-Saint-Georges (77).

Rechercher sur Internet une représentation de l'œuvre de François Morellet nommée « *Relâche n°2*, 1992 ». En vous inspirant de cette œuvre, écrire un programme Scratch produisant une superposition aléatoire de segments en angles droits.



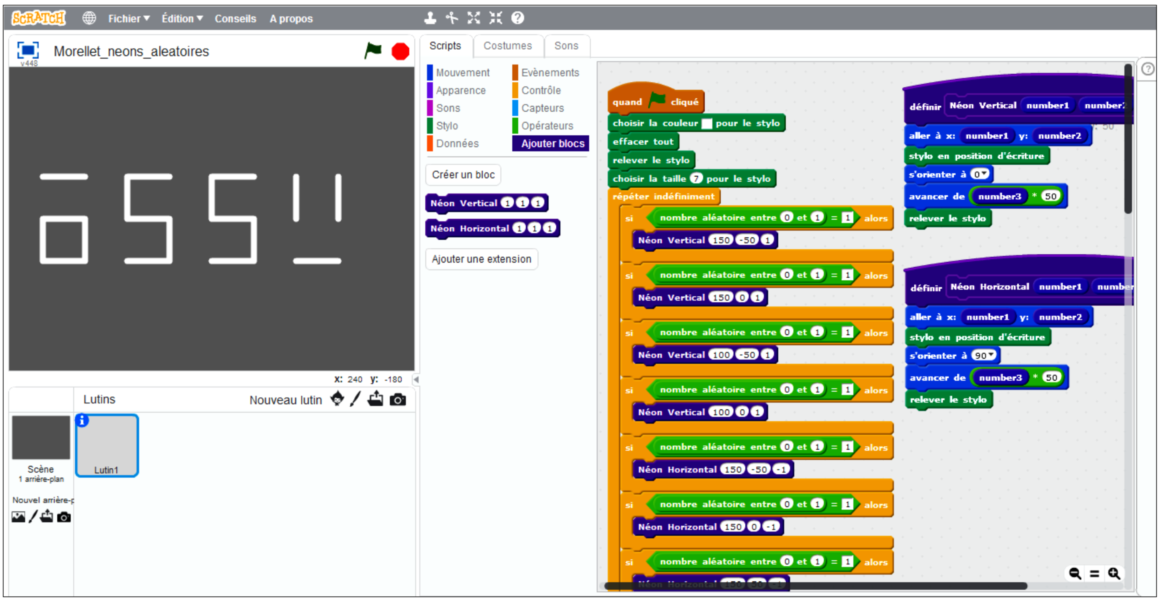
Morellet_relache_no2.sb2



Un programme Scratch possible pour « *Relâche n°2*, 1992 ».

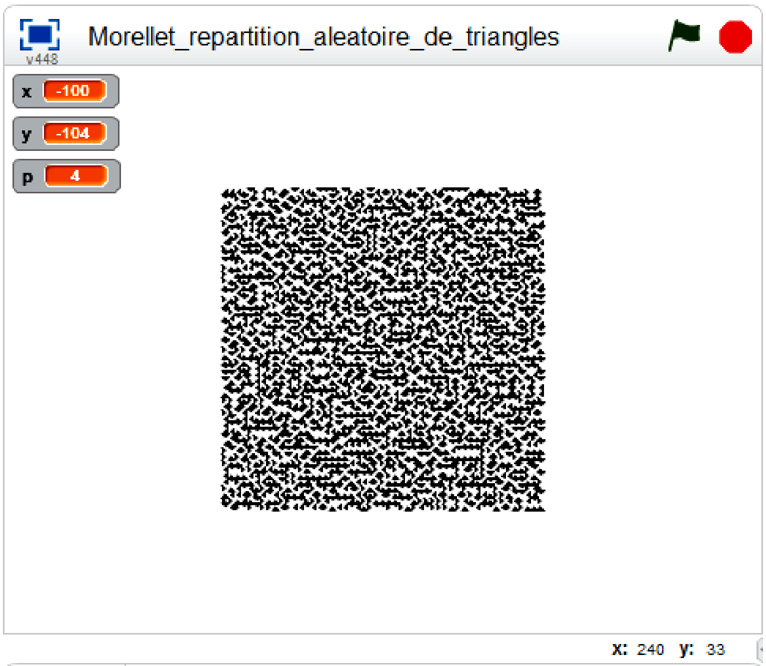
Rechercher sur Internet une représentation de l'œuvre de François Morellet nommée « *Néons bilingues aléatoires* », 1971.
En vous inspirant de cette œuvre, écrire un programme Scratch produisant l'allumage aléatoire de néons formant des lettres ou des chiffres.

Une réalisation possible :

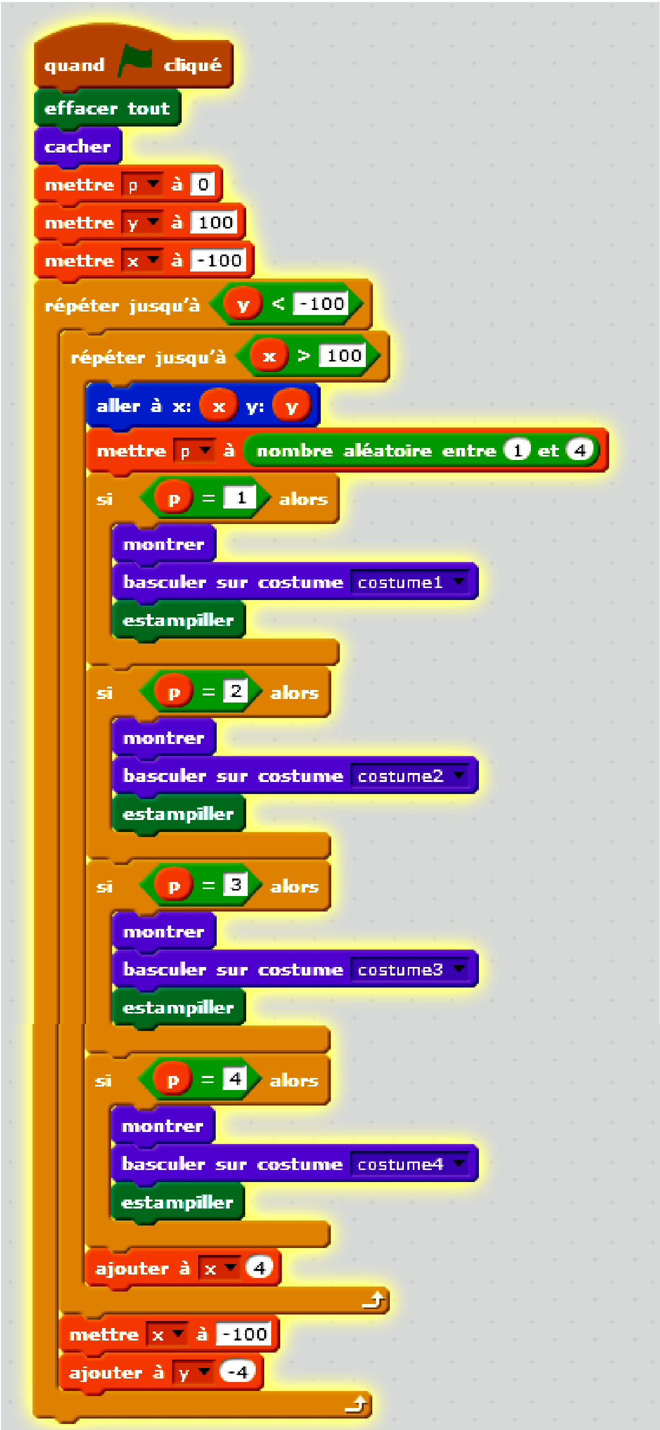


Quelle est la probabilité que le premier groupe de néons affiche le chiffre 8 ?
[Morellet_neons_aleatoires.sb2]

Rechercher sur Internet une représentation de l'œuvre de François Morellet nommée « *Répartition aléatoire de triangles suivant les chiffres pairs et impairs d'un annuaire de téléphone* », 1958.
En vous inspirant de cette œuvre, écrire un programme Scratch produisant des œuvres virtuelles analogues.



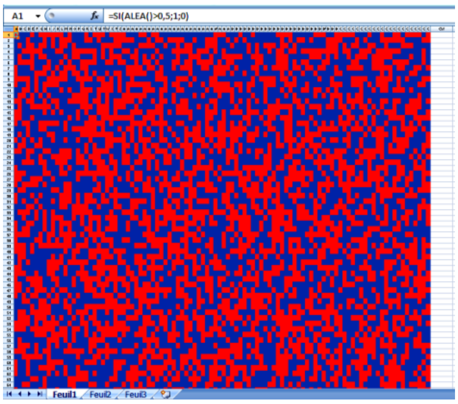
[Morellet_alea_triangles.sb2]


quand cliqué
effacer tout
cacher
mettre p à 0
mettre y à 100
mettre x à -100
répéter jusqu'à y < -100
répéter jusqu'à x > 100
aller à x: x y: y
mettre p à nombre aléatoire entre 1 et 4
si p = 1 alors
montrer
basculer sur costume costume1
estampiller
si p = 2 alors
montrer
basculer sur costume costume2
estampiller
si p = 3 alors
montrer
basculer sur costume costume3
estampiller
si p = 4 alors
montrer
basculer sur costume costume4
estampiller
ajouter à x 4
mettre x à -100
ajouter à y -4

Art et hasard en classe de première

Source : d'après Math'x Première ES – éditions Didier.

« *Répartition aléatoire de 40 000 carrés suivant les chiffres pairs et impairs d'un annuaire de téléphone (50% rouge clair, 50% bleu clair)* » est une œuvre de 1962.



1. Effectuer une « reproduction » de cette œuvre à l'aide d'un tableur avec une grille 100 × 100 de 10 000 carrés. On peut utiliser l'instruction =SI(ALEA()>0,5;1;0) puis Format / Formatage conditionnel avec OpenOffice ou Format / Mise en forme conditionnelle… avec Excel pour obtenir un fond bleu lorsque la formule affiche 1 et un fond rouge lorsque la formule affiche 0.
2. Calculer le nombre de carrés bleus sur une grille 100 × 100. Obtient-on exactement 50 % de carrés bleus et 50 % de carrés rouges ? Pourquoi ?
3. On considère la variable aléatoire X qui à chaque grille aléatoire de 10 000 carrés associe le nombre de carrés bleus.
a) Montrer que X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
b) À l'aide de la variable aléatoire X, calculer la probabilité d'obtenir exactement 50 % de carrés bleus sur une grille 100 × 100.
c) À l'aide de la variable aléatoire X, calculer la probabilité d'obtenir une fréquence de carrés bleus inférieure ou égale à 49 % sur une grille 100 × 100.
d) Calculer la probabilité d'obtenir une fréquence de carrés bleus inférieure ou égale à 49 % sur une grille de 40 000 carrés puis sur une grille de 100 carrés. Comparer les résultats obtenus avec celui de la question précédente. Quelle explication pouvez-vous donner ?

Pour aller plus loin…
Rechercher sur Internet une représentation de l'œuvre de François Morellet nommée « *Relâche n°2*, 1992 ».
En vous inspirant de cette œuvre, écrire un programme produisant une superposition aléatoire de segments en angles droits.

Éléments de réponse

2. On peut utiliser la formule =NB.SI(A1:CV100;"1"). On n'obtient pas, sauf cas extrêmement rare, exactement 50 % de carrés bleus.
3. a) X suit la loi binomiale de paramètres $n = 10\,000$ et $p = 0,5$.
b) La formule =LOI.BINOMIALE(5000;10000;0,5;FAUX) donne environ 0,008.
c) La formule =LOI.BINOMIALE(4900;10000;0,5;VRAI) donne environ 0,023.
d) La formule =LOI.BINOMIALE(19600;40000;0,5;VRAI) donne environ 3×10^{-5}.
La formule =LOI.BINOMIALE(49;100;0,5;VRAI) donne environ 0,46.
Plus la taille de l'échantillon est grande, plus les fluctuations sont faibles autour de 50 %. Il s'agit du phénomène de la fluctuation d'échantillonnage abordé en classe de seconde.

Pour aller plus loin…

Exemple de programme AlgoBox

```
VARIABLES
  N EST_DU_TYPE NOMBRE
  I EST_DU_TYPE NOMBRE
  L EST_DU_TYPE NOMBRE
  x EST_DU_TYPE NOMBRE
  y EST_DU_TYPE NOMBRE
  A EST_DU_TYPE NOMBRE
  x1 EST_DU_TYPE NOMBRE
  y1 EST_DU_TYPE NOMBRE
  C EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  LIRE N
  POUR I ALLANT_DE 1 A N
    DEBUT_POUR
    L PREND_LA_VALEUR ALGOBOX_ALEA_ENT(16, 28)
    x PREND_LA_VALEUR ALGOBOX_ALEA_ENT(35, 65)
    y PREND_LA_VALEUR ALGOBOX_ALEA_ENT(35, 65)
    A PREND_LA_VALEUR random()
    A PREND_LA_VALEUR 2*A*Math.PI
    x1 PREND_LA_VALEUR x+L*cos(A)
    y1 PREND_LA_VALEUR y+L*sin(A)
    C PREND_LA_VALEUR ALGOBOX_ALEA_ENT(0, 2)
    SI (C==0) ALORS
      DEBUT_SI
      TRACER_SEGMENT_Rouge (x,y)->(x1,y1)
      FIN_SI
    SI (C==1) ALORS
      DEBUT_SI
      TRACER_SEGMENT_Bleu (x,y)->(x1,y1)
      FIN_SI
    SI (C==2) ALORS
      DEBUT_SI
      TRACER_SEGMENT_Vert (x,y)->(x1,y1)
      FIN_SI
x PREND_LA_VALEUR x1
    y PREND_LA_VALEUR y1
    A PREND_LA_VALEUR A+Math.PI/2
    x1 PREND_LA_VALEUR x+L*cos(A)
    y1 PREND_LA_VALEUR y+L*sin(A)
    SI (C==0) ALORS
      DEBUT_SI
      TRACER_SEGMENT_Rouge (x,y)->(x1,y1)
      FIN_SI
    SI (C==1) ALORS
      DEBUT_SI
      TRACER_SEGMENT_Bleu (x,y)->(x1,y1)
      FIN_SI
    SI (C==2) ALORS
      DEBUT_SI
      TRACER_SEGMENT_Vert (x,y)->(x1,y1)
      FIN_SI
    FIN_POUR
FIN_ALGORITHME
```

6. La mesure en physique chimie

Mathématiques et physique-chimie.

La mesure au collège

Au collège, en physique et en chimie, il est essentiel d'amener les élèves à prendre conscience du fait que la valeur vraie d'une grandeur est inaccessible car une mesure (mesurage) de cette grandeur n'est jamais parfaite, cela donne sens aux études concernant la qualité de la mesure. Lors d'une mesure, on distingue l'erreur aléatoire (due à de nombreux facteurs variant d'une mesure à l'autre liés à l'environnement ou au manipulateur) qui peut prendre, « au hasard » (généralement selon la loi normale de Laplace-Gauss, voir encadré), n'importe quelle valeur sur un certain intervalle et l'erreur systématique qui prend la même valeur (inconnue) lors de chaque mesure (qui peut être due à l'instrument de mesure ou à un biais quelconque systématique).
On s'intéresse ici au premier type d'erreur, dans le cas où l'on cherche à exprimer le résultat d'un mesurage lorsque l'on possède un échantillon de n mesures ($x_1,\ldots, x_n$).

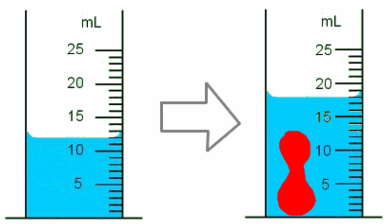
Exemple 1 : mesurer le volume d'un objet

On s'intéresse ici à la moyenne comme estimation de la valeur d'une mesure et on cherche à introduire la notion d'intervalle de confiance pour estimer l'incertitude avec un niveau de confiance élevé (supérieur à 95 %). On propose ici une séquence interdisciplinaire en deux séances.

Séance 1 : en salle de physique-chimie

La problématique initiale est : *déterminer expérimentalement la valeur du volume V de l'objet présenté.*
Elle est introduite dans le cadre d'une séance de physique, qui au-delà de ses propres objectifs disciplinaires, permet une contextualisation pour légitimer et donner du sens à la simulation et aux modèles mobilisés dans la seconde partie de l'activité proposée en mathématiques.

1. Consigne : *Écrire un protocole expérimental pour obtenir la valeur du volume de l'objet présenté sachant que vous disposez d'une éprouvette contenant de l'eau ; tous les binômes disposent d'une éprouvette identique.*



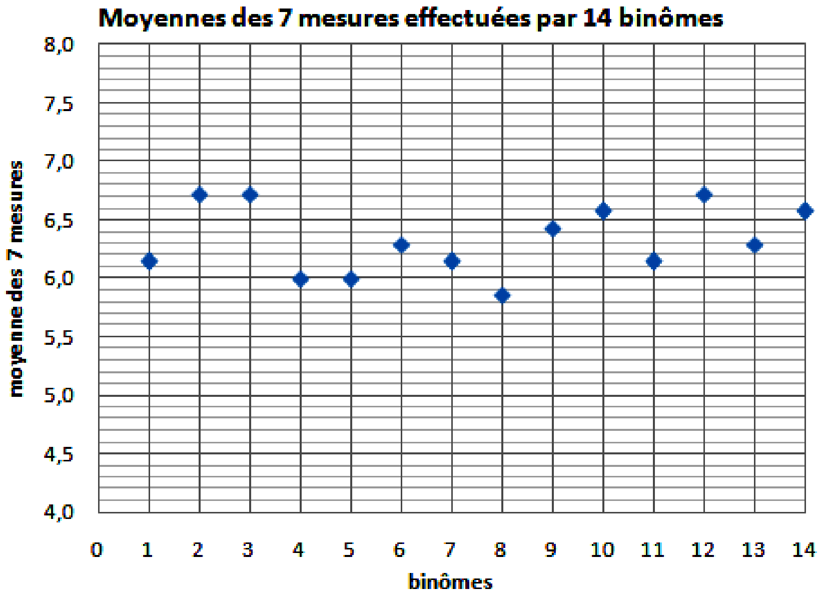
2. Mutualisation des protocoles pour arriver à l'élaboration d'un protocole commun.
On convient que chaque binôme effectue 7 mesures selon ce protocole, exprimées en mL, arrondies à l'unité (compte tenu de la précision de l'éprouvette), puis donne le résultat de la mesure de V par la valeur moyenne, arrondie au dixième.

Exemple des mesures réalisées par un binôme :

Mesure n°	1	2	3	4	5	6	7
V (mL)	6	6	7	6	7	6	5

Le résultat de la mesure est donné par la valeur moyenne (arrondie au dixième) : $V_{moy} \approx 6{,}1$ mL.

3. Mutualisation des résultats de la mesure de *V*, après réalisation du protocole. Cela permet aux élèves de prendre conscience des valeurs « différentes » trouvées par les différents binômes.
Le tableur peut permettre de rassembler les résultats et d'en donner une représentation graphique.
Exemple de graphique obtenu avec une classe de 14 binômes :



Questions : Normal ? Pas normal ? Qui a raison ? Qui a tort ? Pourquoi ? Comment faire, puisque les valeurs des différents groupes ne sont pas les mêmes, pour trouver la valeur « vraie » du volume *V* de l'objet ?
Le professeur de physique, en s'appuyant sur les réponses des élèves doit atteindre les objectifs notionnels ci-dessous :
– amener les élèves à comprendre que la valeur vraie du volume *V* n'est pas accessible car la mesure d'une grandeur n'est jamais parfaite, que l'évaluation de l'incertitude associée à la mesure de la grandeur est donc indissociable de la mesure elle-même ;
– faire lister aux élèves les causes d'une mesure imprécise.

Une nouvelle problématique doit désormais faire sens pour l'élève : comment écrire le résultat de la mesure d'une grandeur puisqu'une mesure n'est jamais parfaite?

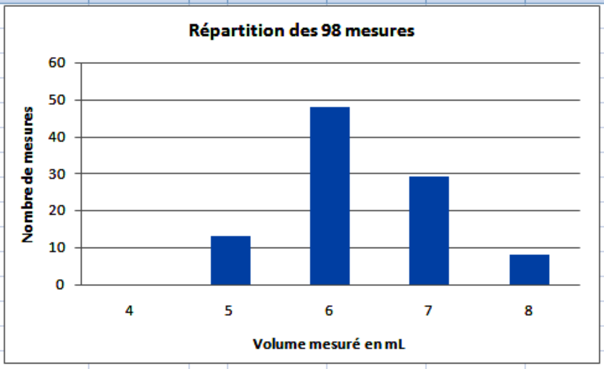
Séance 2 : en salle de mathématiques
Objectif notionnel pour le professeur de physique chimie :
Les élèves doivent comprendre que le résultat d'une mesure n'est jamais une valeur : il est toujours donné sous la forme d'un intervalle des valeurs possibles de la grandeur associé à un niveau de confiance (lycée). C'est dans le cadre de l'activité proposée ci-après, notamment la partie simulation, que l'objectif de physique sera atteint.

1. Suite à la séance de physique-chimie, on constate des variations importantes des « résultats » et des questions se posent. On s'intéresse aux deux suivantes.
– Avec toutes ces mesures (14 moyennes obtenues sur 7 mesures soit 98 mesures), quelle estimation peut-on donner de la « vraie valeur » *V* ?
– Lorsqu'on effectue 7 mesures quelle incertitude peut-on donner autour de la valeur moyenne des 7 mesures ?

Les réponses peuvent être diverses. On peut penser que V est « très vraisemblablement » comprise entre 5,9 mL et 6,7 mL, moyennes extrêmes obtenues sur 7 mesures par les 14 binômes, ou encore entre 5 mL et 8 mL, valeurs extrêmes des 98 mesures, mais ce n'est pas très précis ! On peut rechercher une valeur « centrale » aux 14 moyennes et calculer la moyenne des moyennes (qui est la moyenne des 98 mesures, propriété de la moyenne qui sera vue en seconde). On trouve ici, en arrondissant au dixième, 6,3 mL.

F22 {=FREQUENCE(B4:H17;E22:E26)}

	B	C	D	E	F
20	Etude des	98	mesures :		
21				mesure	effectif
22		moyenne	6,33	4	0
23		min	5	5	13
24		max	8	6	48
25		étendue	3	7	29
26				8	8
27				total	98



On peut rechercher un intervalle autour de la valeur 6,3 contenant la quasi totalité des mesures, par exemple 6,3 mL +/– 0,7 mL. Cela peut conduire à l'idée que, sur 7 mesures, on peut donner comme valeur de V la moyenne des 7 mesures réalisées avec une incertitude de plus ou moins 0,7 mL, la probabilité que l'intervalle ainsi obtenu recouvre la vraie valeur étant très forte. On parvient ici au concept d'intervalle de confiance (qui sera développé au lycée).

2. Une simulation est possible permettant d'expérimenter que dans plus de 95 % des cas, la vraie valeur est comprise dans l'intervalle $[\bar{x} - 0{,}7\ ,\ \bar{x} + 0{,}7]$.

Le professeur fournit un fichier tableur simulant les mesures de 26 élèves en supposant que la vraie valeur de V est 6,3 mL (voir le fichier mesure_college.xls).

mesure_college.xls

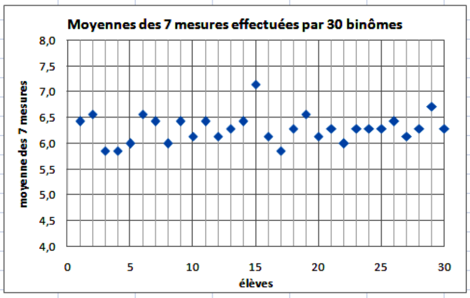
Il s'agit de simuler des mesures ressemblant à celles effectuées. L'instruction suivante, entrée en cellule B2 puis recopiée vers la droite et vers le bas,

=ARRONDI(LOI.NORMALE.INVERSE(ALEA();6,3;0,7);0)

simule une réalisation selon la loi normale de moyenne 6,3 (vraie valeur de V) et d'écart type 0,7 (écart type observé sur les 98 mesures des élèves) arrondie à l'unité.

O17 =NB.SI(T2:T27;"FAUX")/30

	A	B	C	D	E	F	G	H	J	R	S	T
1		mesure 1	mesure 2	mesure 3	mesure 4	mesure 5	mesure 6	mesure 7	moy	borne inf	borne sup	6,3 compris ?
2	binôme 1	6	7	7	7	6	6	6	6,4	5,7	7,1	VRAI
3	binôme 2	7	8	6	6	8	6	5	6,6	5,9	7,3	VRAI
4	binôme 3	5	5	6	7	5	7	6	5,9	5,2	6,6	VRAI
5	binôme 4	5	7	6	6	5	7	5	5,9	5,2	6,6	VRAI
6	binôme 5	6	5	6	7	7	6	5	6,0	5,3	6,7	VRAI
7	binôme 6	8	7	6	8	5	6	6	6,6	5,9	7,3	VRAI
8	binôme 7	6	6	6	7	7	7	6	6,4	5,7	7,1	VRAI
9	binôme 8	7	7	5	5	7	6	5	6,0	5,3	6,7	VRAI
10	binôme 9	7	7	7	5	7	6	6	6,4	5,7	7,1	VRAI
11	binôme 10	6	5	6	7	6	6	7	6,1	5,4	6,8	VRAI
12	binôme 11	8	6	6	7	6	6	6	6,4	5,7	7,1	VRAI
13	binôme 12	7	7	5	7	5	6	6	6,1	5,4	6,8	VRAI
14	binôme 13	6	6	7	6	6	6	7	6,3	5,6	7,0	VRAI
15	binôme 14	7	6	6	7	6	7	6	6,4	5,7	7,1	VRAI
16	binôme 15	7	7	7	6	7	7	9	7,1	6,4	7,8	FAUX
17	binôme 16	6	6	6	6	7	6	6	6,1	5,4	6,8	VRAI
18	binôme 17	6	5	6	5	6	6	7	5,9	5,2	6,6	VRAI



Intervalles de confiance faux : 3%

Pour chaque binôme virtuel, les élèves calculent la moyenne des 7 mesures (colonne J) et les bornes de l'intervalle de confiance (colonnes R et S). Le graphique est facultatif. Il est éventuellement là pour rappeler l'expérimentation physique.
On peut alors fournir la formule =ET(6,3>=R2;6,3<=S2) à introduire en cellule T2 et à recopier vers le bas en demandant aux élèves d'interpréter la formule (et l'affichage VRAI/FAUX). On renouvelle les simulations en faisant F9.
La formule =NB.SI(T2:T27;"FAUX")/30 donne alors la fréquence des intervalles de confiance faux, c'est-à-dire ne contenant pas la vraie valeur 6,3.
On renouvelle les simulations et on constate que cette fréquence est très faible.

Exemple 2 : mesure de l'intensité d'un courant électrique

Les mesures ont été réalisées par Pascale PALARD, professeure de physique-chimie au collège André MALRAUX de MONTEREAU (77).
On reprend le scénario pédagogique précédent dans un autre contexte.

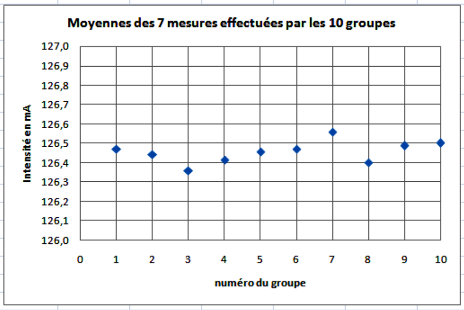
En séance de physique-chimie, les élèves, en groupes, réalise des circuits électriques identiques (une lampe, un générateur, trois fils de connexion, un ampèremètre de mêmes caractéristiques). Chaque groupe fait et défait le circuit à 7 reprises et mesure l'intensité électrique en mA (valeur arrondie au dixième). L'intensité dans le circuit est donnée par la valeur moyenne arrondie au centième.

J4 =MOYENNE(B4:H4)

Mesure d'une intensité en mA

	mesure 1	mesure 2	mesure 3	mesure 4	mesure 5	mesure 6	mesure 7	moyenne
groupe 1	126,1	126,3	126,6	126,5	126,7	126,5	126,6	126,47
groupe 2	125,7	126,3	126,6	126,6	126,6	126,7	126,6	126,44
groupe 3	125,8	126,2	126,6	126,4	126,4	126,7	126,4	126,36
groupe 4	125,8	126,2	126,4	126,6	126,6	126,6	126,7	126,41
groupe 5	126	126,3	126,4	126,6	126,6	126,7	126,6	126,46
groupe 6	126,3	126,3	126,5	126,4	126,5	126,6	126,7	126,47
groupe 7	126,2	126,4	126,4	127,2	126,5	126,6	126,6	126,56
groupe 8	126,3	126,4	126,3	126,5	126,4	126,5	126,4	126,40
groupe 9	126,1	126,6	126,5	126,6	126,5	126,6	126,5	126,49
groupe 10	126	126,7	126,4	126,6	126,5	126,7	126,6	126,50

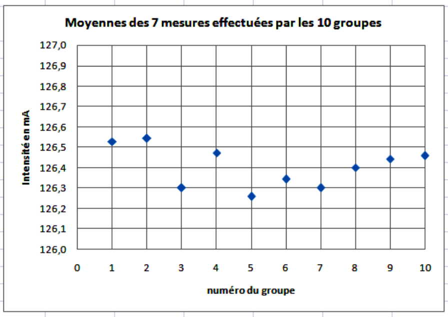
circuit : 1 lampe, 1 générateur, 3 fils de connexion - mesure à l'aide d'un ampèremètre de même type



La mise en commun des résultats obtenus par les différents groupes conduit au questionnement précédent.
En séance de mathématiques, est expérimentée, par simulation, la notion d'intervalle de confiance. La mesure est simulée par la loi normale de moyenne 126,46 et d'écart type 0,24 (valeurs obtenues par la professeure sur un « grand nombre » de mesures). On choisit d'exprimer le résultat obtenu sur 7 mesures par $\bar{x} \pm 0{,}18$ mA où $\bar{x}$ est la moyenne des 7 mesures. On constate que cet intervalle contient la vraie valeur 126,46 dans la très grande majorité des cas.

Mesure d'une intensité en mA

	mesure 1	mesure 2	mesure 3	mesure 4	mesure 5	mesure 6	mesure 7	moyenne	borne inf	borne sup	126,46 compris ?
groupe 1	126,4	126,8	126,6	126,5	126	126,6	126,8	126,53	126,3	126,7	VRAI
groupe 2	126,1	126,9	126,5	126,7	126,1	126,5	127	126,54	126,4	126,7	VRAI
groupe 3	126,1	126,3	126,5	126,1	126,7	125,9	126,5	126,30	126,1	126,5	VRAI
groupe 4	126,5	126,5	126,6	126,3	126,3	126,7	126,4	126,47	126,3	126,7	VRAI
groupe 5	126,6	126,4	126,6	126	125,8	125,9	126,5	126,26	126,1	126,4	FAUX
groupe 6	126,7	126,6	125,9	126,4	126,2	126,7	125,9	126,34	126,2	126,5	VRAI
groupe 7	126,5	126,4	126,3	126,5	125,9	126,3	126,2	126,30	126,1	126,5	VRAI
groupe 8	126,3	126,1	126,4	126,4	126,6	126,6	126,4	126,40	126,2	126,6	VRAI
groupe 9	126,5	126,3	126,4	126,1	126,7	126,5	126,6	126,44	126,3	126,6	VRAI
groupe 10	126,7	126,3	126,3	126	126,9	126,4	126,6	126,46	126,3	126,6	VRAI



Intervalles de confiance faux : 10%

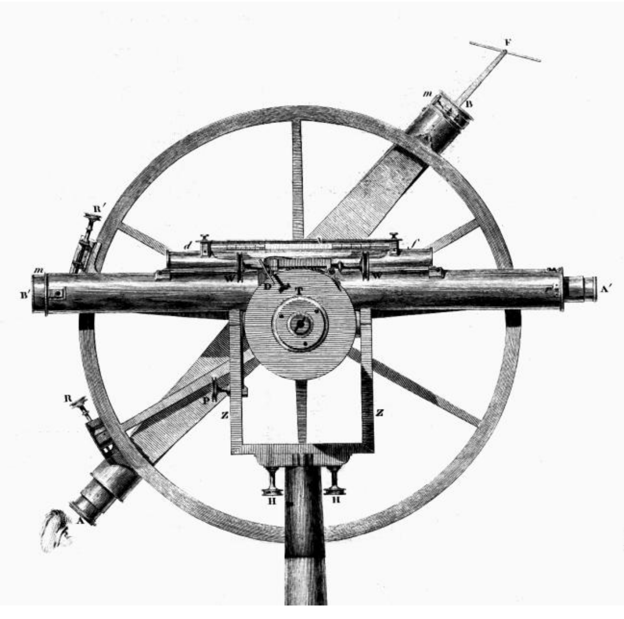
À propos du théorème limite central et de la loi normale

Le théorème limite central peut s'énoncer de la manière suivante.
Si X_1, X_2, …, X_n sont des variables aléatoires indépendantes et de même loi de moyenne μ et d'écart-type σ, alors la variable aléatoire $\frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \ldots + X_n)$, correspondant à leur moyenne, suit approximativement, pour n assez grand, la loi normale de moyenne μ et d'écart-type $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

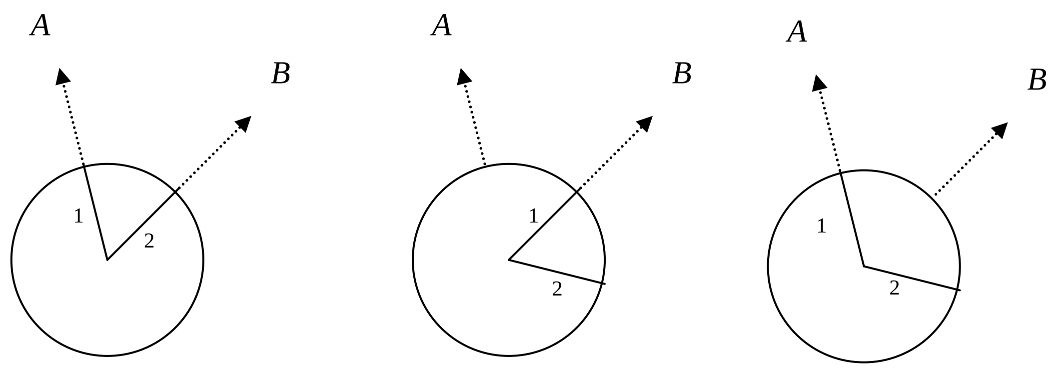
Remarque : l'expression « n assez grand » signifie qu'un énoncé rigoureux s'écrit en termes de limite.

Ce théorème a deux conséquences importantes.
La première est d'expliquer pourquoi, dans la majorité des cas, la loi des erreurs (aléatoires) est une loi normale. En effet, la plupart du temps, l'erreur est causée par l'addition d'un grand nombre de phénomènes aléatoires à l'impact à peu près équivalent et indépendants. On est donc dans le cadre du théorème et on peut considérer que l'erreur (et donc la mesure) suit une loi normale. Dans le cas d'une loi normale, la meilleure estimation (au sens du maximum de vraisemblance) de la valeur inconnue que l'on cherche à mesurer est fournie par la moyenne $\overline{m}$ de n mesures. Si l'on n'est pas dans le cadre d'une loi normale, par exemple une loi dissymétrique avec une forte queue de probabilités, la moyenne peut ne pas fournir la meilleure estimation et la médiane, par exemple, être préférable.
La seconde conséquence est d'apporter une information sur le rôle du nombre n de mesures pour la notion d'incertitude (voir paragraphe 3) et l'obtention d'un intervalle de confiance. Si les variables aléatoires X_1, X_2, …, X_n correspondent à chacune des n mesures, le théorème affirme que la moyenne des n mesures se distribuera autour de la valeur μ selon une loi normale d'écart-type $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Ainsi, pour diminuer d'un facteur 10 l'incertitude, il faut augmenter d'un facteur 100 le nombre de mesures.

Le cercle répétiteur de Borda (visible au CNAM), utilisé par Delambre et Méchain dans la mesure du méridien, est une mise en œuvre concrète du théorème limite central. L'instrument permet la répétition indépendante des mesures et fournit la moyenne.



Après avoir déterminé les erreurs systématiques produites notamment par l'instrument (voir paragraphe 2.2), demeurent, dans la mesure des angles, des erreurs fortuites que l'on considère comme aléatoires. Ces erreurs résultent de l'addition de nombreux facteurs (habileté du géomètre, conditions atmosphériques, hydrométrie, chaleur, jeu ou mouvement de l'instrument…), sans qu'aucun ne soit prépondérant. On vérifie expérimentalement qu'elles se distribuent selon une loi normale (ce que prévoit le théorème limite central).
Dans ces conditions, une estimation optimale de l'angle consistera à effectuer la moyenne de *n* mesures. C'est ce que permet mécaniquement l'instrument de Borda, réalisé par Lenoir. On sait, d'après le théorème limite central, que le gain en précision, mesuré par l'écart type entre les moyennes, est multiplié par un facteur $\frac{1}{\sqrt{n}}$, du moins en supposant indépendantes les mesures successives, ce qui n'est pas acquis (il faudrait en particulier que l'origine de chaque mesure soit rigoureusement la division finale de la mesure précédente, ce qui est rarement réalisé en raison du jeu des axes).
La mesure se déroule ainsi :



Étape 1 Étape 2 Étape 3

Étape 1 : les lunettes 1 et 2 étant indépendantes (plateaux débrayés), on vise les points A et B.
Étape 2 : les lunettes 1 et 2 sont solidaires (plateaux embrayés), on vise alors le point B avec la lunette 1.
Étape 3 : les lunettes 1 et 2 sont débrayées, on vise alors le point A avec la lunette 1. La première mesure a été « mémorisée » et la mesure actuelle est la somme de deux mesures de l'angle. Il suffit de réitérer le procédé.

Mesure de l'activité du vanadium en terminale S

L'activité suivante a été élaborée et testée en classe en terminale S au lycée Thibaut de Champagne à PROVINS (77) par Eric JOUGUELET (physique), Corinne ALLODI (physique) – Claudine MERDY (mathématiques).

Cette activité n'est pas intégrée dans le programme actuel de physique de la série S, la loi de décroissance radioactive étant désormais traitée en CPGE. Toutefois il est tout à fait possible de réinvestir les notions de radioactivité, autres que la loi de décroissance, vues en première S dans le cadre de l'accompagnement personnalisé.

Le vanadium naturel de numéro atomique 23 est composé de deux isotopes : le vanadium 51 stable (99,76 %) et un composé faiblement radioactif, le vanadium 50 (0,24 %). D'autres isotopes ont été produits artificiellement. Parmi les 26 isotopes connus, on donne *ici la liste des plus communs munis de leur temps de demi-vie $t_{1/2}$ et de leur mode de désintégration. Le temps de demi-vie correspond à la période radioactive, durée nécessaire pour que la moitié des noyaux radioactifs d'une source se soient désintégrés ou, de façon équivalente, le temps au bout duquel l'activité radioactive est divisée par 2.*

isotopes	***Demi-vie $T_{1/2}$***	***désintégration***
^{47}V	32,6 min	Capture e^- vers ^{47}Ti
^{48}V	15,98 jours	Capture e^- vers ^{48}Ti
^{49}V	337 jours	Capture e^- vers ^{49}Ti
^{50}V	$1{,}4.10^{17}$ an	β^+ vers ^{50}Ti
^{51}V	STABLE	
^{52}V	3,76 min	β^- vers ^{52}Cr
^{53}V	1,61 min	β^- vers ^{53}Cr

1. La radioactivité du vanadium

Par l'intermédiaire d'un réacteur nucléaire, on bombarde de neutrons un échantillon de vanadium. Par l'étude de la décroissance radioactive de l'échantillon, on veut connaître le nom de l'isotope formé ainsi que son mode de désintégration.

a. Pourquoi les noyaux de vanadium sont-ils qualifiés d'isotopes ?

b. Quelles sont les deux particules élémentaires émises lors de l'émission β^- ?

2. Mesure de l'activité initiale

Un compteur Geiger compte rapidement pendant 1,4 ms le nombre de désintégrations et cela 100 fois de suite. On obtient ainsi la série de valeurs a_1, a_2, a_3, … , a_{100}, considérées comme des mesures de l'activité de départ A_0 du vanadium.

10	5	6	4	8	10	6	4	4	6
9	3	9	7	5	3	5	7	3	6
9	6	10	5	8	4	5	7	6	7
7	4	5	8	12	11	7	15	5	5
8	6	5	7	8	5	11	10	6	7
5	10	5	11	10	10	7	5	6	9
3	7	9	9	5	5	7	8	7	8
9	12	6	8	7	11	4	10	8	5
3	9	5	6	6	7	9	12	5	8
6	6	5	9	6	5	8	6	6	8

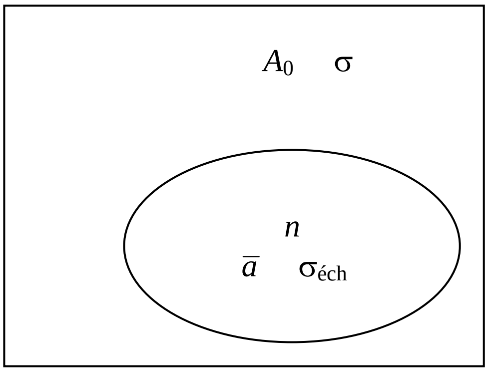
a. Avec la calculatrice, calculer la moyenne $\bar{a}$ de cet échantillon de mesures et l'écart-type estimé de la population σ_{n-1} (noté aussi S_x sur certaines calculatrices) avec :

$$\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(a_i - \bar{a})^2}$$, où n est la taille de l'échantillon de mesures.

(Arrondir à 10^{-2}.)

Remarque : la « population » correspond à l'infinité de mesures qu'il serait possible d'effectuer.

b. Lien maths



La théorie de l'échantillonnage montre que dans le cas d'échantillons de taille n, extraits d'une population d'écart-type σ, l'espérance des variances d'échantillons $\sigma^2_{\text{éch}} = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(a_i - \bar{a})^2$ vaut $\dfrac{n-1}{n}\sigma^2$.

Ainsi, puisque $\dfrac{n-1}{n} < 1$, la moyenne des variances $\sigma^2_{\text{éch}}$ calculées sur un très grand nombre d'échantillons de taille n est inférieure à la variance σ^2 de la population. Cela peut s'expliquer par le fait que la dispersion est moindre dans les échantillons dans lesquels ne figurent pas systématiquement une des valeurs les plus grandes et une des valeurs les plus petites.

• Quelle est l'espérance des variances estimées σ^2_{n-1}, telles que définies à la question a. ?

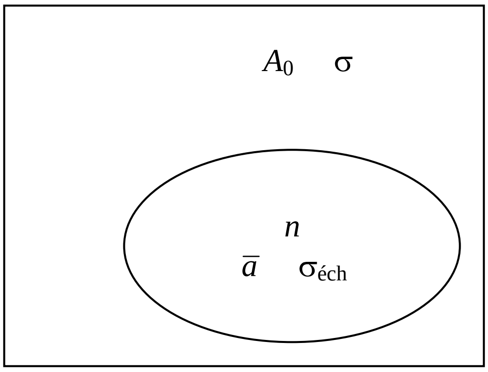
• *Pour aller plus loin*

À l'aide de la fonction ALEA() du tableur, simuler 1 000 échantillons de taille n = 10 extraits d'une population de loi uniforme sur [0, 1]. La population a pour moyenne 0,5 et pour variance $\sigma^2 = \dfrac{1}{12}$ (on peut vérifier ce calcul). Comparer, par rapport à σ^2, la moyenne sur les 1 000 échantillons des variances d'échantillon $\sigma^2_{\text{éch}}$ et la moyenne des variances estimées σ^2_{n-1}.

c. On admet que l'intervalle de confiance à 95 % de l'activité A_0 pendant 1,4 ms est de la forme $\left[\bar{a} - 1{,}96 \times \dfrac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}},\ \bar{a} + 1{,}96 \times \dfrac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}\right]$.

En déduire que l'activité A_0 de départ du vanadium, exprimée en becquerels, est d'environ (5000 ± 350) Bq.

d. Lien maths



L'activité A_0 du vanadium est considérée comme étant la moyenne d'une population constituée d'une infinité de mesures.

On considère la variable aléatoire $\bar{A}$ qui associe à tout échantillon de taille n la moyenne des n mesures de l'échantillon. On admet que, lorsque n est assez grand, $\bar{A}$ suit la loi normale de moyenne A_0 et d'écart-type $\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

• Déterminer $P\left(A_0 - 1{,}96 \times \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \bar{A} \le A_0 + 1{,}96 \times \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

On montre qu'un intervalle de confiance de A_0 au niveau de confiance de 95 % est fourni, lorsque σ est connu, par $\left[\bar{a} - 1{,}96\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{a} + 1{,}96\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$. Lorsque σ n'est pas connu, comme ici, on le remplace par son estimation σ_{n-1} obtenue à l'aide de l'échantillon de mesures.

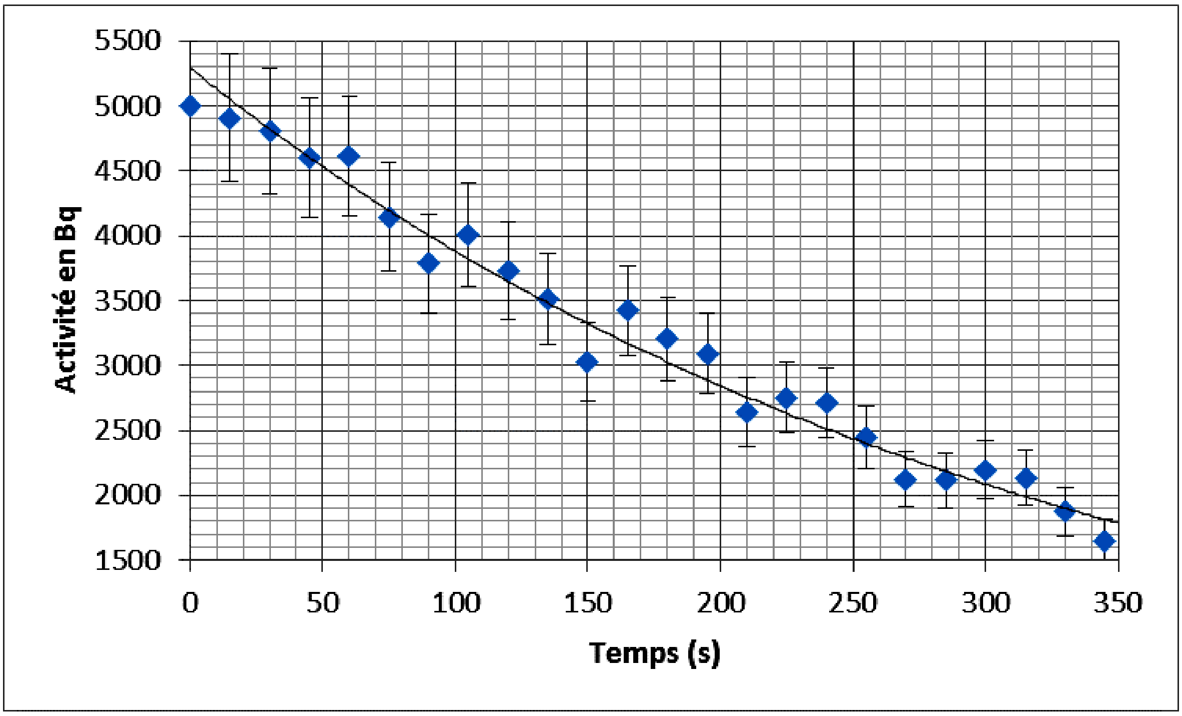
• *Pour aller plus loin*

On admet que la formule de tableur =LOI.NORMALE.INVERSE(ALEA();7;2) simule une réalisation d'une variable aléatoire de loi normale de moyenne $\mu = 7$ et d'écart-type $\sigma = 2$.
Simuler 1 000 échantillons de taille $n = 100$ extraits d'une population de loi normale de moyenne $\mu = 7$ et d'écart-type $\sigma = 2$.

Vérifier qu'environ 95 % des intervalles $\left[\bar{a} - 1{,}96\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{a} + 1{,}96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$, calculés à partir des moyennes $\bar{a}$ obtenues sur chaque échantillon, contiennent la valeur $\mu = 7$.

3. Décroissance radioactive

On a tracé ci-dessous la variation de l'activité (avec ses barres d'erreurs obtenues de façon analogue à celle de la question 2.) de l'échantillon de vanadium en fonction du temps.



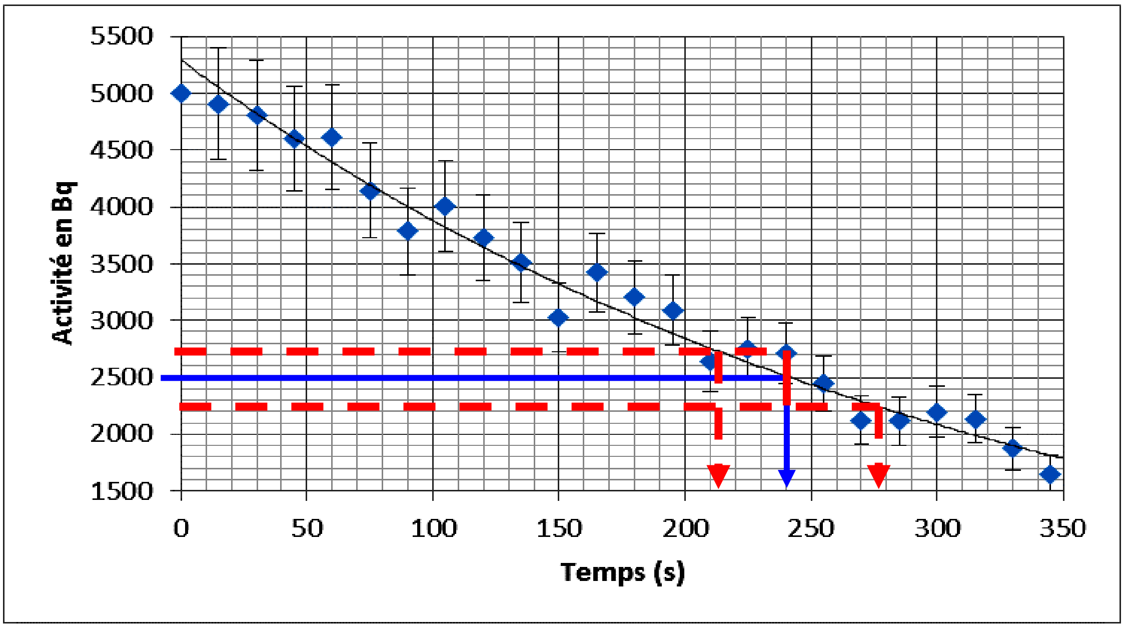
a. À l'aide du graphique, retrouver le temps de demi-vie et estimer son incertitude.

b. En déduire le nom de l'isotope radioactif et son mode de désintégration.

Éléments de réponse

1.a. Ils sont isotopes car ils ont le même nombre de protons pour un nombre de nucléons différent.
1.b. Un électron et un neutrino.
2.a. La calculatrice donne : $\bar{a} = 7$ et $\sigma_{n-1} \approx 2{,}37$.
2.b. On a $\sigma_{n-1}^2 = \frac{n}{n-1} \times \sigma_{\text{éch}}^2$. On affirme que l'espérance (la moyenne sur un grand nombre d'échantillons) des variances d'échantillon $\sigma_{\text{éch}}^2$ vaut $\frac{n-1}{n} \times \sigma^2$. On en déduit que l'espérance des variances estimées σ_{n-1}^2 vaut $\frac{n}{n-1} \times \frac{n-1}{n}\ \sigma^2 = \sigma^2$.
Remarque : on utilise la propriété suivante de l'espérance $E(k\,X) = k\,E(X)$, où k est un nombre réel et X une variable aléatoire.

2.c. L'intervalle de confiance de A_0 donné par la formule $\left[\bar{a}-1{,}96\times\frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}},\ \bar{a}+1{,}96\times\frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}\right]$ vaut environ [6,53 ; 7,47] (en arrondissant les bornes de façon à agrandir l'intervalle) pour une mesure durant 1,4 ms.
Pour revenir au becquerel, on se ramène à une mesure d'une durée d'une seconde et on divise donc par 0,001 4. On obtient A_0 = (5 000 ± 335) Bq.
2.d. D'après les propriétés de la loi normale,
$$P\left(A_0-1{,}96\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\leq\bar{A}\leq A_0+1{,}96\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)\approx 0{,}95.$$
Remarque :
On en déduit que $P\left(\bar{A}-1{,}96\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\leq A_0\leq\bar{A}+1{,}96\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)\approx 0{,}95$. Ce qui conduit à affirmer que l'intervalle $\left[\bar{a}-1{,}96\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{a}+1{,}96\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$ est un intervalle de confiance à 95 % de A_0 lorsque σ est connu.
3.a. Au temps de demi-vie, la moitié de la population initiale des noyaux est désintégrée. On lit sur le graphique l'antécédent de 2 500 soit environ 240 s.



En utilisant un intervalle de confiance d'amplitude analogue à celle des mesures effectuées au temps 240 s, on obtient graphiquement une estimation du temps de demi-vie par l'intervalle [220 s ; 280 s], c'est-à-dire, environ [3,5 min ; 4,7 min].
3.b. Il s'agit du vanadium 52 avec une désintégration β^-.

7. Communication et citoyenneté

Esprit critique, étude de la presse et des médias, pseudo sciences. Niveau collège et lycée.
Thématique : « Information, communication et citoyenneté ».

Un EPI « Un regard critique sur l'information »

académie Créteil — MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE	**Collège Émile BOREL**	**Année scolaire 2016-2017**

Enseignement Pratique Interdisciplinaire (EPI)

« Les enseignements pratiques interdisciplinaires permettent de construire et d'approfondir des connaissances et des compétences par une démarche de projet conduisant à une réalisation concrète, individuelle ou collective. »

Intitulé de l'EPI
Un regard critique sur l'information

Description synthétique du projet et problématique choisie
À partir de l'étude de la presse et des médias, développer son esprit critique à l'égard de l'information. **Problématique : comment décrypter les statistiques ?**

Thématique interdisciplinaire de l'EPI			
	Corps, santé, bien-être, sécurité		Langues et cultures de l'Antiquité
	Culture et création artistiques		Langues et cultures étrangères ou régionales
	Transition écologique et développement durable		Monde économique et professionnel
X	**Information, communication, citoyenneté**		Sciences, technologie et société

Disciplines concernées	**Niveau de classe**	**Modalités (durée, répartition horaire par discipline, effectifs)**
– **Mathématiques** – **Éducation aux médias et à l'information** – **Enseignement moral et civique**	☐ 5e ☐ 4e **X 3e**	– deuxième trimestre, 2 h hebdomadaires (total 24 h) ; – Mathématiques (12 h) ; EMI – professeur documentaliste ; EMC (12 h). – groupe classe.

Réalisation(s) concrète(s), individuelle(s) ou collective(s), attendue(s)
– Réalisation d'une exposition au collège.

Compétences et connaissances travaillées	
En Mathématiques : – Recueillir des données, les organiser, les interpréter. – Tableaux, représentations graphiques. – Indicateurs : moyenne, médiane, étendue. – Proportionnalité et pourcentages. – Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités.	En Éducation aux médias et à l'information : – Apprendre à distinguer subjectivité et objectivité dans l'étude d'un objet médiatique. – S'interroger sur l'influence des médias sur la consommation et la vie démocratique. En Enseignement moral et civique : – Étude de l'influence des sondages dans le débat public ; – Mener une réflexion sur la place et la diversité

	des médias dans la vie sociale et politique. – Exercice du débat contradictoire.

Évaluation de l'EPI
• Connaissances et compétences disciplinaires : Evaluation individuelle. En mathématiques : – évaluation initiale sur les notions de proportionnalité et de pourcentage ; – évaluation en cours de réalisation sur les compétences en statistique et probabilités ; – évaluation finale sur des exercices de réinvestissement. • Démarche de projet : évaluation de l'investissement et de l'autonomie. • Production finale : – évaluation des affiches et présentations ; – évaluation des exposés (toutes disciplines).

Usage des outils numériques
– Utilisation d'un tableur. – Réalisation de diaporamas.

Contribution de l'EPI aux différents parcours, le cas échéant
L'EPI contribue à la mise en œuvre du (des) : ☐ Parcours d'Education Artistique et Culturelle ; ☐ Parcours Avenir ; **X** Parcours Citoyen ; ☐ Parcours éducatif de santé ; ☐ Aucun.

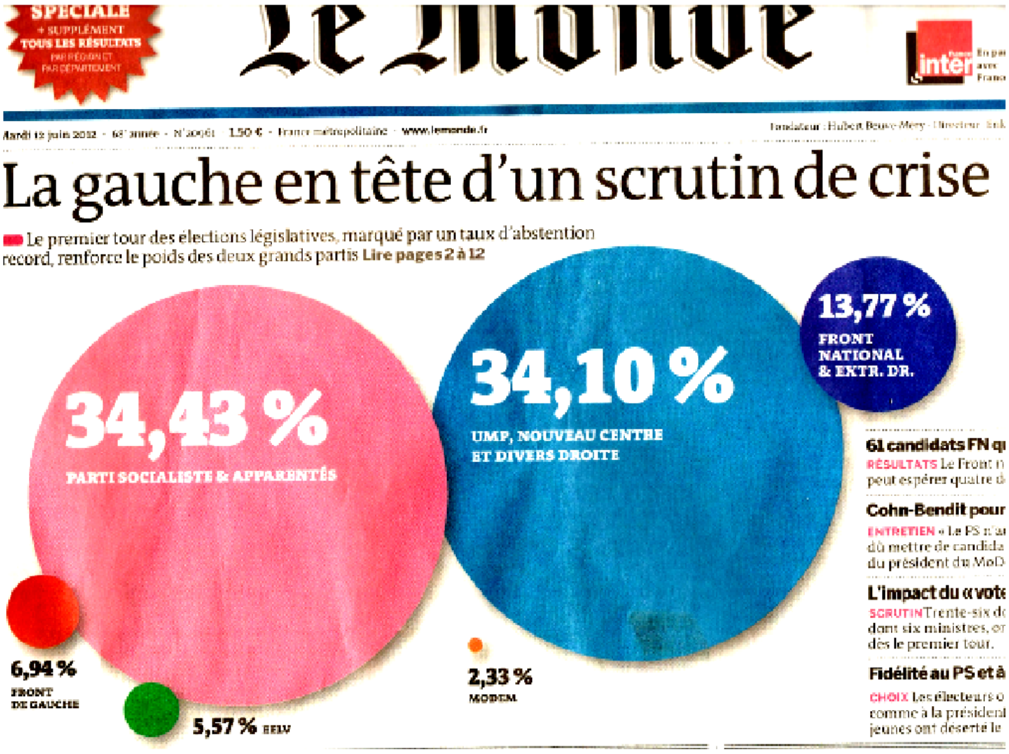
Éducation civique et aire du disque

(Texte de Jean-Pierre RAOULT.)

Des habitudes médiatiques fréquentes conduisent à comparer des données en les représentant par des disques ; cette vision dans le plan est plus expressive que des tableaux ou des diagrammes en bâtons. Encore faut-il s'appuyer sur la bonne intuition qui y est liée. Le bon sens conduit à voir les valeurs des données comme **proportionnelles aux aires** des disques qui leur sont associés.

L'image suivante présente une figure en première page du journal « *Le Monde* » paru le lundi 11 mai 2012, lendemain du premier tour d'élections législatives, illustrant les pourcentages de votants (par rapport aux suffrages exprimés) des familles politiques regroupées en 6 catégories :

– Parti socialiste et apparentés	34,43% ;
– UMP, nouveau centre et divers droite	34,10% ;
– Front national et extrême droite	13,77% ;
– Front de gauche	6,94% ;
– Europe Ecologie Les Verts	5,57% ;
– MODEM	2,33% ;


SPÉCIALE
+ SUPPLÉMENT TOUS LES RÉSULTATS PAR RÉGION ET PAR DÉPARTEMENT

Le Monde

La gauche en tête d'un scrutin de crise

Le premier tour des élections législatives, marqué par un taux d'abstention record, renforce le poids des deux grands partis Lire pages 2 à 12

34,43 % PARTI SOCIALISTE & APPARENTÉS

34,10 % UMP, NOUVEAU CENTRE ET DIVERS DROITE

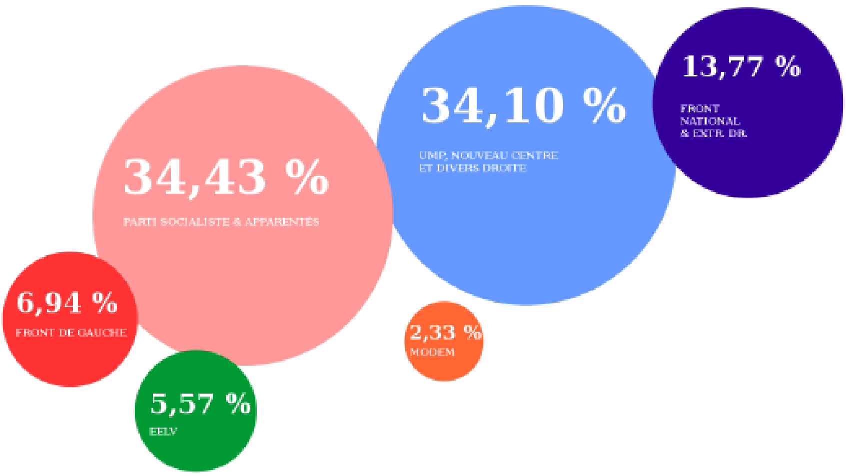
13,77 % FRONT NATIONAL & EXTR. DR.

6,94 % FRONT DE GAUCHE

5,57 % EELV

2,33 % MODEM

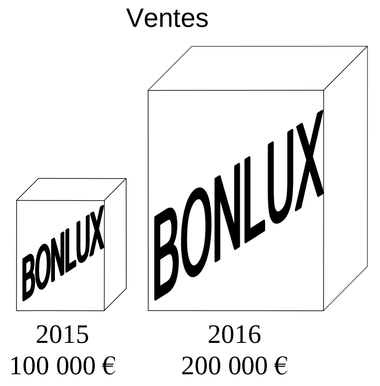
On présente maintenant une « bonne représentation » :



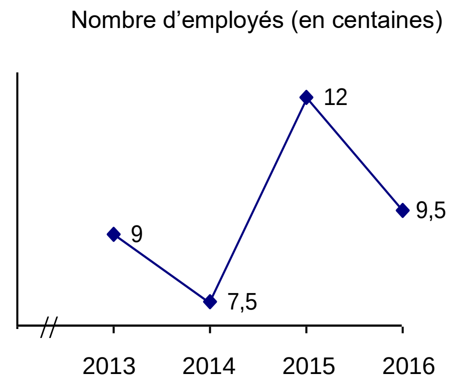
Commentez.

Diagrammes trompeurs ou critiquables

1. Expliquer pourquoi le diagramme suivant est incorrect.



2. Expliquer pourquoi le diagramme suivant est critiquable.



Chômage

Le tableau suivant donne le nombre de chômeurs en France métropolitaine pour l'année 2014 (au sens du bureau international du travail, source INSEE).

Année 2014	Nombre de chômeurs (en milliers)
Trimestre 1	2 800
Trimestre 2	2 785
Trimestre 3	2 853
Trimestre 4	2 913

Préparer deux graphiques :
a. l'un destiné à illustrer un article intitulé « le chômage demeure important » ;
b. l'autre destiné à illustrer un article intitulé « le chômage s'envole ».

D'autres exemples

On pourra consulter les adresses suivantes (liens vérifiés en mai 2016) et, en particulier, les documents proposés par Nicolas Gauvrit :
http://cortecs.org/materiel/mathematiques-comment-tromper-avec-des-graphiques/
http://images.math.cnrs.fr/Graphiques-frelates.html
http://images.math.cnrs.fr/+Graphique-trompeur

Éléments de réponse, exploitation pédagogique

Éducation civique et aire du disque

Critique « civique » pouvant être développée sur cet exemple. Ici pas de difficulté sur l'origine des données (officielle) ni de tricherie sur leurs valeurs (reproduites). Mais la représentation graphique du journal a pour effet de polariser l'attention sur le seul débat entre les deux blocs dominants. Il y a donc eu une représentation « faussement scientifique » ; le citoyen doit se méfier des messages subliminaires véhiculés par le graphisme et revenir aux données.
C'est aussi une occasion d'exercice élémentaire sur la géométrie du cercle, sur les rapports et sur la linéarité. Pour l'un et l'autre des « dessins » (celui du Monde et le correct), on peut :

– faire mesurer les diamètres des disques et calculer leurs aires (par exemple en centimètres carrés) ;

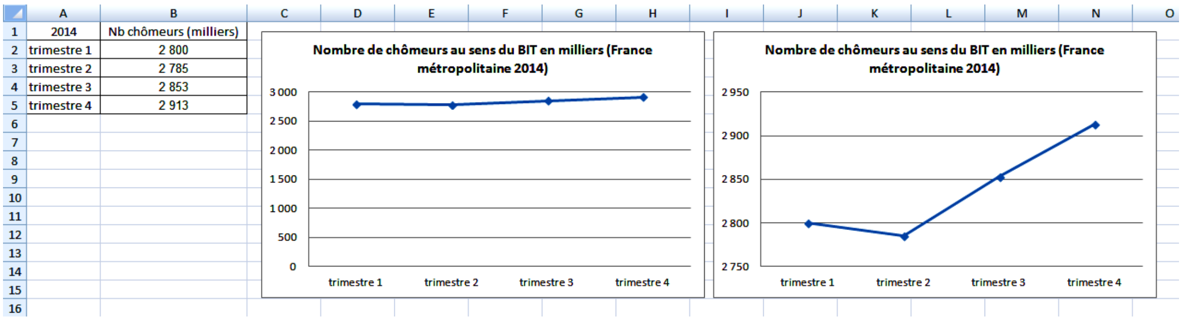
– prendre des couples de familles politiques et comparer les rapports des aires avec ceux des pourcentages de suffrages correspondants.

On peut aussi faire représenter dans le plan les points associés à chaque famille politique, d'abscisse le pourcentage de suffrages et d'ordonnée l'aire du disque.

Diagrammes trompeurs

1. Lorsqu'on double les longueurs, on multiplie par huit le volume.
2. L'axe des ordonnées, non gradué, ne commence visiblement pas à zéro. Ceci peut induire un effet trompeur sur les variations relatives observées.

Chômage



Marge d'erreur des sondages en classe de terminale

Source : d'après Math'x Terminale ES – éditions Didier.

http://www.ipsos.fr/faq

COMMENT CHOISIT-ON LES PERSONNES INTERROGÉES ?
En théorie, les personnes interrogées pour un sondage devraient être choisies au hasard. C'est ce qu'on appelle la méthode aléatoire. En France, cette méthode n'est pratiquement pas appliquée. Les instituts de sondage utilisent une autre technique, celle des « quotas ». Il s'agit alors d'interroger un échantillon de personnes qui ont les mêmes caractéristiques socio-démographiques que l'ensemble de la population.
QUELS SONT LES AVANTAGES ET INCONVÉNIENTS DE LA MÉTHODE DES QUOTAS ?
Par rapport à la méthode aléatoire, celle des quotas a l'avantage d'être plus rapide. Avec l'aléatoire, les sondés ne sont pas « interchangeables ». Cela signifie que la personne tirée au sort doit être recontactée autant de fois que nécessaire. Grâce aux quotas, il est possible de remplacer un sondé par un autre qui a les mêmes caractéristiques socio-démographiques.
L'inconvénient majeur de la méthode des quotas est de ne pas permettre de calculer scientifiquement la marge d'erreur du sondage. Les lois statistiques qui permettent de la déterminer ne valent théoriquement que pour les sondages aléatoires. En pratique, on considère cependant que la marge d'erreur des sondages par quotas est égale ou inférieure à celle des sondages aléatoires.
QUELLE EST LA MARGE D'ERREUR D'UN SONDAGE ?
En pratique, on estime que cette marge est du même ordre que celle que la loi de Gauss permet de calculer dans le cas des sondages aléatoires. La marge d'erreur d'une enquête dépend d'abord du nombre de personnes interrogées. Par exemple, elle est d'un maximum de plus ou moins 3,2% pour 1000 sondés. Concrètement, cela signifie que si 50% d'un échantillon de 1000 personnes a répondu A à une question, il y a 95% chances sur 100 pour que cette même réponse A soit effectivement donnée dans l'ensemble de la population par un pourcentage situé entre 46,8% et 53,2%.
Attention : la marge d'erreur ne décroît pas proportionnellement au nombre de personnes interrogée : elle est d'un maximum de plus ou moins 4,5% pour 500 enquêtés, 3,2% pour 1000, 2,2% pour 2000 mais encore 1,6% pour 4000.
La marge d'erreur varie aussi en fonction de la répartition des réponses. Ainsi, pour 1000 personnes interrogées, elle sera de plus ou moins 3,2% si la réponse obtenue est de 50% mais seulement de plus ou moins 2,5% si elle est de 20 ou 80% et même de plus ou moins 0,9% si elle est de 2 ou 98%.

L'encadré ci-dessus est extrait de la « foire aux questions » du site de l'institut IPSOS.

1. Pour un sondage aléatoire de taille n où une fréquence f est observée, la loi normale fournit une marge d'erreur au niveau de confiance de 95 % égale à 1,96 $\sqrt{\dfrac{f(1-f)}{n}}$.

Vérifier les affirmations du dernier paragraphe.

2. IPSOS affirme qu'en pratique « la marge d'erreur des sondages par quotas est égale ou inférieure à celle des sondages aléatoires ». Vérifier cette affirmation en considérant les huit derniers sondages du premier tour de l'élection présidentielle de 2012 dont les résultats figurent dans le fichier tableur presidentielle_2012.

presidentielle_2012.xls

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	**Présidentielle 2012 : premier tour**									
2	Sondage	**Ifop**	**BVA**	**CSA**	**Harris**	**Ipsos**	**TNS Sofres**	**LH2**	**Opinion-Way**	**Vote**
3	Date	18-20	18-19	18-19	18-19	18-19	18-19	17-18	16-17	**22/04/2012**
4	taille de l'échantillon	1808	2161	1005	1068	1021	1000	956	1002	**population**
5	**Nathalie Arthaud**	0,005	0	0,01	0,005	0	0	0,01	0,005	**0,006**
6	**Philippe Poutou**	0,01	0,015	0,015	0,015	0,015	0,01	0,01	0,02	**0,012**
7	**Jean-Luc Mélenchon**	0,135	0,14	0,145	0,12	0,14	0,13	0,15	0,13	**0,111**
8	**François Hollande**	0,275	0,3	0,28	0,275	0,29	0,27	0,27	0,275	**0,286**
9	**Eva Joly**	0,025	0,02	0,02	0,03	0,02	0,03	0,025	0,02	**0,023**
10	**François Bayrou**	0,1	0,1	0,105	0,11	0,1	0,1	0,1	0,1	**0,091**
11	**Nicolas Sarkozy**	0,27	0,265	0,25	0,265	0,255	0,27	0,265	0,275	**0,272**
12	**Nicolas Dupont-Aignan**	0,015	0,02	0,015	0,02	0,015	0,02	0,015	0,015	**0,018**
13	**Marine Le Pen**	0,165	0,14	0,16	0,16	0,16	0,17	0,155	0,16	**0,179**
14	**Jacques Cheminade**	0	0	0	0	0,005	0	0	0	**0,003**
15										

Éléments de réponse

1. Le maximum de $f(1-f)$ est atteint pour $f = 0{,}5$.
Pour $f = 0{,}5$ et $n = 1\ 000$ on obtient une marge d'erreur d'environ 3,1 %.
Pour $f = 0{,}5$ et $n = 500$ on obtient une marge d'erreur d'environ 4,4 %.
Pour $f = 0{,}5$ et $n = 2\ 000$ on obtient une marge d'erreur d'environ 2,2 %.
Pour $f = 0{,}5$ et $n = 4\ 000$ on obtient une marge d'erreur d'environ 1,5 %.
Pour $f = 0{,}2$ (ou 0,8) et $n = 1\ 000$ on obtient une marge d'erreur d'environ 2,5 %.
Pour $f = 0{,}02$ (ou 0,98) et $n = 1\ 000$ on obtient une marge d'erreur d'environ 0,9 %.
2. La formule =1,96*RACINE(B5*(1-B5)/B$4) entrée en K5 et recopiée vers le bas puis vers la droite permet de calculer les marges d'erreur théoriques pour les 8 sondages.
La formule =ABS(B5-$J5) entrée en S5 et recopiée vers le bas puis vers la droite permet de calculer les erreurs réellement commises pour les 8 sondages.
On peut ensuite déterminer si l'erreur correspondant aux sondages par quotas est, en valeur absolue, inférieure à la marge d'erreur correspondant à un sondage aléatoire. La mise en forme conditionnelle des cellules permet ici un affichage en vert ou en rouge selon que c'est vrai ou faux.
On constate des erreurs pour Jacques Cheminade et Nathalie Arthaud, mais les intentions de vote pour ces deux candidats sont trop faibles pour que l'emploi de la loi normale dans le calcul de la marge d'erreur théorique soit possible.
En revanche 5 sondages sur les 8 commettent, pour Jean-Luc Mélenchon, une erreur supérieure à la marge d'erreur d'un sondage aléatoire. C'est aussi le cas de 2 sondages sur 8 pour Marine Le Pen et d'un sondage pour François Bayrou.
Dans l'ensemble cependant, excepté pour Jean-Luc Mélenchon, l'erreur commise par le sondage par quotas est analogue à l'erreur du sondage aléatoire de même taille.

AA5 =SI(S5<=K5;1;0)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH
1	**Présidentielle 2012 : premier tour**																	
2	Sondage	**Ifop**	**BVA**	**CSA**	**Harris**	**Ipsos**	**TNS Sofres**	**LH2**	**Opinion-Way**	**Vote**	**Ifop**	**BVA**	**CSA**	**Harris**	**Ipsos**	**TNS Sofres**	**LH2**	**Opinion-Way**
3	Date	18-20	18-19	18-19	18-19	18-19	18-19	17-18	16-17	**22/04/2012**	performance							
4	taille de l'échantillon	1808	2161	1005	1068	1021	1000	956	1002	**population**								
5	**Nathalie Arthaud**	0,005	0	0,01	0,005	0	0	0,01	0,005	**0,006**	1	0	1	1	0	0	1	1
6	**Philippe Poutou**	0,01	0,015	0,015	0,015	0,015	0,01	0,01	0,02	**0,012**	1	1	1	1	1	1	1	1
7	**Jean-Luc Mélenchon**	0,135	0,14	0,145	0,12	0,14	0,13	0,15	0,13	**0,111**	0	0	0	1	0	1	0	1
8	**François Hollande**	0,275	0,3	0,28	0,275	0,29	0,27	0,27	0,275	**0,286**	1	1	1	1	1	1	1	1
9	**Eva Joly**	0,025	0,02	0,02	0,03	0,02	0,03	0,025	0,02	**0,023**	1	1	1	1	1	1	1	1
10	**François Bayrou**	0,1	0,1	0,105	0,11	0,1	0,1	0,1	0,1	**0,091**	1	1	1	0	1	1	1	1
11	**Nicolas Sarkozy**	0,27	0,265	0,25	0,265	0,255	0,27	0,265	0,275	**0,272**	1	1	1	1	1	1	1	1
12	**Nicolas Dupont-Aignan**	0,015	0,02	0,015	0,02	0,015	0,02	0,015	0,015	**0,018**	1	1	1	1	1	1	1	1
13	**Marine Le Pen**	0,165	0,14	0,16	0,16	0,16	0,17	0,155	0,16	**0,179**	1	0	1	1	1	1	0	1
14	**Jacques Cheminade**	0	0	0	0	0,005	0	0	0	**0,003**	0	0	0	0	1	0	0	0
15																		